HOMINIS ANALYSIS QUÆ PUBLICO SUBJICITUR PERICULO A MARCHIONE...

Orazio Sagramoso



HOMINIS ANALYSIS

QUAE

PUBLICO SUBJICITUR PERICULO

A MARCHIONE

HORATIO SAGRAMOSO

VERONENSI

IN NOBILI COLLEGIO PTOLEMAEO CONVICTORE

ET

ACADEMICO INNOMINATO

Facta cuilibet opponendi post tertium facultate

ACCEDET

MATHEMATICA EXERCITATIO
DE SECTIONIBUS CONICIS.



SENIS ANNO DOMINI MDCCLXXXV.

Ex Typographia VINCENTII PAZZINI CARLI ET FILIORUM

Superiorum Facultate.

Homini natura præscripsit, ut nihil pulchrius quam hominem putaret.

Cic. Lib. I. De Natu. Deorum.

HOMINIS ANALYSIS.

I.

NOSCE TE IPSUM ad fores Delphici Templi legebatur inscriptum, scilicet animi affectiones dignosce, immoderatas coerce. Ut quisque se noscat, hos quoque indicimus, ut scilicet qua industria, ac sapientia homo sit comparatus perpendat, & ad Ens beneficentissimum, ac sapientissimum assurgat. Maxima autem Entis ipsius providentia ex eo præcipuè effulget, quod hominem iis dotibus muniverit, quarum ope ad rerum Divinarum, & humanarum, causarumque, quibus hæ res continentur, contemplationem attolli possit; id quod optimè palam fiet, si ipsum in suas veluti partes resolverimus.

II.

Atque in primis aliquid in homine est, quod sensus intimus, sive Conscientia audit, idque ita clarè per se elucet, ut, omni adhibito conatu ad ipsum negandum, nullo modo nobismet persuasio extorqueri possit idem non esse, quod est, aut saltem esse videtur. Quod si hic sensus definiri velit, definitione fit potius obscurior: tanta est ejus evidentia, & perspicuitas.

III.

Hic sensus intimus dictat esse ea, quæ sunt, nec fieri ullo modo posse, ut simul non sit id quod est. Omni possibili modo experire, an tibi persuadere possis non esse ea, quæ sunt, nec videri ea, quæ esse videntur, naturam profecto sentiens reclamitantem.

IV.

Hinc sequitur, quod rei contradictoriæ, quæ nempe principio contradictionis adversatur, nullam haberi ideam possimus; cui nulla respondet idea, nihilum est; ergo de nihilo nulla nobis idea inesse potest.

V.

Conscientia itaque nec a principio contradictionis, nec contradictionis principium ab ipsa separari potest; utrum scilicet hæc duo idemque in nobis sunt.

VI.

Quidquid ergo per sensum intimum verum esse ostenditur, id ipsum per contradictionis principium demonstratur. Fingamus enim rem secus se habere: potent ergo sensus intimus a veritate principii contradictionis sejungi. Quod cum sit absurdum (5.) non est cur de hoc asserto dubitemus.

VII.

Certitudo, quatenus nobis inesse dicitur, est repugnantia oppositum de rebus judicandi. Non possumus autem de sensu intimo secus ac sentimus judicare, nobisque oppositum suadere (2. 3.); non possumus ergo de hoc sensu non esse maxime certi.

VIII.

Quorsum vero hæc disputo? Quorsum? Ut scilicet intelligatur mei existentia, omniumque mei similium. Ut deinde, nostra existentia demonstrata, quæ ex hoc fonte dimanant, ritè ostendamus. Quid sit existentia, longè clarius, ac facilius intelligitur, quam possit explicari. In quocumque tandem existentia sit constituta, vel in positione rei extra nihilum, vel in omnimoda prædicatorum, quæ rei ipsi conveniunt, determinatione, vel in actualitate, vel in quocumque alio, certum, exploratumque est esse in me, omni-

omnibusque mei similibus intimum sensum (2.). Hunc ipsum, quatenus in me similibusque mei reperitur, voco existentem. Quid ni? Profecto conscientia non est nihil, aliquid est (2.). Aut est id, quod actum voco, cujus idea est simplicissima, aut id est, quod agit, sive quod actum producit, aut tandem id est, quod mihi, & omnibus intimè est præsens, de quo profecto dubitare nequeo. Hoc vero est id, quod æquè a me, & ab omnibus dicitur esse, sive existere. Existit igitur interior hic sensus; cumque sit cum principio contradictionis necessario conjunctus (5), quamdiu in me est, haud esse non potest (3.), certi igitur sumus de ejus existentia (7.). Aut hic sensus idem est ac nos, ergo nos existimus; Aut est id, quod est a nobis, vel in nobis, nostri ergo existentia iterum comprobatur.

IX.

In hac existentia positus plures experior in me ipso operationes, quas perceptiones, ideas, cogitationes appello, quas in me esse certo scio per intimum sensum, quo ipsæ cogitationes, ac ideæ afficiuntur: attamen quæ sit earum natura, qui determinatus modus, quo oriuntur, aut in me existunt planè mihi est incompertum.

X.

Istæ operationes non ab alio a me diverso eliciuntur; ego enim sum, qui cogito, qui ideas habeo, qui percipio. Fac enim alium esse qui cogitat in me, cum cogitatio sit illius qui cogitat, jam hæc non erit in mei intimo sensu, sed in illo a quo oritur. At cogitationes, quibus afficior, intimè sentio, eademque conscientia in cogitationibus, quas meas voco, reperitur (9.). Fieri igitur nequit, quin cogitationes meæ ab alio a me diverso eliciantur.

XI.

XI.

Hujusmodi in me ideæ, cogitationesque eredem semper non sunt, verum nunc illas, nunc istas, & quidem nunc remissè, nunc intensè me afficere planè sentio. Rei quæ modo sunt, modo absunt, quæque idcirco in suo esse mutantur, vocantur modi, eorumque variationes modificationum nomine appellantur. Sunt igitur in me modificationes.

XII.

At quamvis continuæ in me sint idearum, ac modorum variationes, intimo tamen sensu admoneor, unum, eundemque me esse, qui diversas hasce ideas experior, sic ego, qui video solem, deinde non video, qui modo lunam, modo stellas, modo terram, modo mare aspicio, idem semper sum, eundemque esse scio: perduro itaque, & in mei existentia persevero, quin esse desinam.

XIII.

Substantiam voco illud ens, quod perdurabile est, & simul modificabile. Ego continuus patior modificationes, & continuè successivis afficior cogitationibus (11.), interim existentia mei perdurat (12.), sum igitur substantia.

XIV.

Quoniam ego substantia sum, & quidem modificabilis (11.) per ideas, & cogitationes, antequam per ipsas modificari possim, debeo existere; quod enim non est, nec modificabile quidem est. Substantia ergo mea prius est ordine saltem, & natura, quam quælibet cogitatio & idea. Est vero quælibet idea, & cogitatio intima substantiæ meæ (10.), ergo mei substantia est id, a quo intrinsecè omnia manat idea, & cogitatio. Id autem, quod est ratio sufficiens intrinseca alicujus rei, dicitur rei ejusdem intrinsecum principium. Quia igitur mei substantia sit cogitationum principium intrinsecum, non est ambigendum.

XV.

XV.

Porro principium intrinsecum idearum, quod nempe cogitat, ANIMA dicitur. Ergo existit in me, adeoque in quolibet mei simili anima.

XVI.

Vis nuncupatur principium intrinsecum actionum, est autem tale principium animæ substantia; Ergo in anima nostra datur vis cogitandi.

XVII.

Ego itaque, qui substantia sum (13.), continuas per ideas, & cogitationes patior modificationes. Jam vero modificationes non oriuntur ex essentia rei modificatæ, ut sint in re, sed tantum ut esse possint, ergo ex alio ortum ducunt, quod est extra mei essentiam, & existentiam.

XVIII.

Hæc mei substantia sibi continuè repræsentat tanquam existens quoddam objectum, quod constat partibus diversis extra se invicem existentibus, simulque unitis, objectum ipsum tanquam unum compositum efficientibus, & hoc vocat CORPUS. Huic substantiæ videtur esse præsens, & comes indivisibilis. Est ne tale corpus phantasma, aut quid reale? Intimum sensum consulamus. Ita vero, existentia ideæ corporis, non ipsius corporis existentia eruitur.

XIX.

Quid ergo? Numquid intactam quæstionem hanc relinquemus, victasque silentio nostro manus dabimus iis, qui Idealistarum nomina circumferuntur? Absit. Periculum ergo faciamus. Nemine dissidente, idea corporis nostri nobis continuè est præsens, & quidem vividè, velimus, nolimus, hanc ideam ad id, quod corpus nostrum dicimus, referimus; hoc per sensum intimum innotescit. Relatio ideæ alicujus

cujus ad objectum dicitur judicium, necessario ergo judicamus corpus nostrum nobis, ac cogitationibus nostris esse præsens; ergo certi de hac præsentia sumus: ubi certitudo, ibi veritas; ergo corporis nostri existentiæ veritas datur.

XX.

Innuet quis forsan: nuperius allata certitudinem, & veritatem idearum, quæ referuntur ad id, quod corpus nostrum vocatur, minimè veram, ac realem corporis ipsius extra cogitationes existentiam evincunt. Ast non hoc tantum, verum & objectivam ejusdem corporis existentiam ex idea ipsius necessaria deductam volo. Namque hæc idea aut ex eadem mei essentia profluit, aut aliundè: non quidem ab essentia mei, quod enim ab essentia dimanat, immutabile est; mutatur vero singulis momentis idea corporis mei, nunc enim vividior, nunc minus vivida, nunc distincta, nunc confusa, nunc etiam obscura, & (quidam Philosophi adderent) in profundo somno nunc etiam nulla. Igitur ab alio fonte deducatur oportet. Numquid a nihilo: hoc ne cogitaveris quidem (4.); ergo ab aliquo, nedum possibili, quia a possibilitate nulla est ad actum illatio; sed & actuali, ac existente. Hoc vero actuale & existens, aut est ipsum corpus, ergo datur existentia corporis objectiva, aut est aliud ab ipso diversum. Quid inde? Exhibet ne mihi hoc ens a corpore dissimile cogitandum corpus, quod involvat contradictionem? De re contradictoria nulla efformatur idea (5.), est ergo corpus possibile. Si possibile cur non existit? Cur cogitationi necessario tanquam existens mihi exhibetur? Numquid a Deo hoc fiet? At Deus summè verax est, ergo continua nos deceptione frustrari nec vult, nec potest. Numquid a maligno quodam genio? Unde corporis dumtaxat possibilis hanc hausit notionem? Unde ipsius in me tantum imperii?

XXI.

Quid plura? Nonne intima conscientia de evidentia existentiæ corporis nostri tanguntur ii, qui de ipsa dubitant, vel eandem negant; nonne pervicacissimis dubitationibus assensum interdum negare vel inviti coguntur? Quotiescumque directè, aut reflexè, ac serio cogitant, aut loquuntur, aut agunt, nonne ita cogitant, loquuntur, agunt, ut alia entia spiritualia, ac materialia sui similia extra se posita agnoscant? Neque enim (apposité Boscovichius) libros conscriberent, & ederent, & suam rationibus confirmare sententiam niterentur, nisi illis omnino persuasum esset existere extra ipsos, qui, quæ scripserint, & typis vulgaverint, perlegant, qui eorum rationes voce expressas aure excipiant, & victos dem um se præbeant. Homo profectò non est monstrum a se ipso dissentiens; & si natura hominis rationalis vera est, & existens, non potest nisi vera cogitare, & ineluctabiliter non sibi persuadere esse id, cujus opposita intima persuasio sibi est impossibilis.

XXII.

Hoc corpus, de cujus existentia dubitare non licet; quinque organorum generibus instructum mihi exhibeo, quorum nomina visus, auditus, olfactus, gustus, & tactus, & quodlibet ex hisce organis peculiari motu donatum. Cuilibet autem organi animati motioni respondet sensus ita quidem varius, uti varia est commotio. Tanta de hisce organis, ac sensibus respondentibus est evidentia, ut qui de iis dubitet, dubitare jure merito possit de existentia corporis, de qua amplius non dubitandum.

XXIII.

Patet igitur esse in me animum, qui est principium intimi sensus, & cogitationum, neque a me ipso longè

abesse verum corpus, quod meum dico; ens proinde substantiale (13.), quod ex animo, & quidem rationali, ut inferius probabitur, & corpore organico conflatur. Tale ens Homo audit. Homo igitur existit.

XXIV.

At vero sunt ne anima & corpus in homine duæ distinctæ res, & substantiæ, an una tantum? Pro secunda quæstionis parte tanquam pro aris, & focis pugnant Materialistæ, & Idealistæ, unam in quolibet homine, imo in toto universo substantiæ speciem adstruentes, contendunt scilicet primi dari in hoc mundo, & in quolibet homine substantiam tantum materialem, & corpoream, quæ & motum exerceat, & cogitando periculum sui faciat, imo cogitationem in determinato quodam intestino partium motu constituentes substantiam incorpoream nec deri revera, nec dari posse arbitrantur. Idealistæ vero unam tantum substantiarum classem agnoscunt substantiis materialibus omnino oppositam, volunt scilicet præter spiritus nihil aliud existere in hoc universo, ipsumque universum, ac omnia corpora ipsum constituentia in ideis unicam sedem habere. De Idealistis non est cur disputemus, sententiam eorum explosimus, quando realem corporum existentiam demonstravimus. Videndum tantum an corpus nostrum existens cum anima sit unum & idem, an vero ab ipsa dissimile. Analysis operationum utriusque rem planam faciet.

XXV.

Si attentè quæ sint corporum phænomena inspiciamus, videbimus corpora ipsa ex innumeris a se invicem distinctis, ac separabilibus partibus coalescere. Unaquæque in corpore pars alteri resistit, ne ambæ unum, eundemque locum occupent, ne se invicem compenetrent: figuram, extentionem præseferunt: taceo innumeras alias proprietates, quæ

quæ se nobis in corporibus conspicienda exhibent. Constans in nobis vigilantibus est idea istarum qualitatum, quæ audiunt corporeæ, nec est in potestate animi eas jugiter non experiri; sicuti ergo constanti experientia, & evidenti quadam persuasione mei, aliorumque corporum rite deducitur existentia, pari jure existere in corporibus præfatas qualitates absque erroris periculo inferemus.

XXVI.

Quamvis istæ qualitates constanter in corporibus inveniantur, non tamen eædem numero, & in individuo sunt; partes enim corporum nunc magis, nunc minus sibi invicem resistunt: extensio corporis nunc major, nunc minor: eidem corpori modo plures accedunt partes, modo pauciores: figura etiam, quæ limes dicitur extensionis, mutatur. Continuè in corporibus, quæ sensibus nostris objiciuntur, tum existentibus extra nos, tum nostro partes non eundem semper servare locum, nunquam non istas exhalare, iisque novas succedere, tum per experientiam, tum per rationem innotescit. Si ergo anima, ut sentiunt Materialistæ, est ipsum corpus, aut pars corporis nostri subtilior, partibus gaudere debet, istæ sibi invicem resistant necesse est, non eædem in ipsa semper partes, figuram debet præseferre, magnitudinem, eamque aut continuè, aut identidem saltem mutare. Hæc omnia ex antea demonstratis sponte fluunt.

XXVII.

Hujusmodi mutationes sine motu peragi nequeunt. Motum in corporibus tum nostris, tum extra nos existentibus continuè nobis repræsentamus; eumque per observationes minimè interruptas esse videmus in corporibus, quando ex uno in alium transeunt locum, sive quando ordinem in coexistendo mutant relatè ad corpora externa, aut quando partes unius, ejusdemque corporis ordinem, & situm quoad se invicem

 mu-

mutant, quin tamen tota corporis massa ex uno in alium locum transferatur. Si Animam ponamus esse ipsum corpus, aut corporis nostri aliquam partem, cum mutationes in qualibet corporis parte eveniant (26.), & sine motu non possint absolvi, Anima utique motu gaudebit.

XXVIII.

Iste motus, qui in mutatione loci, aut intrinseci, aut extrinseci consistit (27.) est quidem actio. Omnis enim actio est status mutatio. Jam vero corpora, prout observationibus constat, per motum mutant ordinem in coexistendo, & locum vel internum, vel externum, qui quidem ordo, & locus est existendi modus, sive status. Motus igitur est actio propriè dicta.

XXIX.

Si intimius in motus naturam inquiramus, nobis se offert non tantum ut actio (28.), sed talem actionem in se ipso ostendit, per quam corpora agunt in alia objecta, non autem in semetipsa. Per motum enim corpus aut aliud impellit, aut ipsum premit, aut attrahit, aut in ipsum gravitat, vel reflectit, aut alia hujusmodi operatur, quæ profecto sine operatione corporis unius in aliud diversum nec esse, nec intelligi possunt. Firmum igitur stat motum esse actionem unius objecti corporei in aliud a se diversum, non vero in semetipsum.

XXX.

Per motum igitur corpora non possunt se determinare ad operandum. Fac enim, si fieri possit, corpora per motum se ad agendum determinare. Quoniam quod se ipsum determinat, actionem in semetipsum, non in aliud a se diversum exercet, corpora semetipsa determinando in semetipsa operarentur. At talis operatio a motu est aliena (29.), ergo per motum corpora ad agendum se nequeunt determinare.

XXXI.

XXXI.

Quamvis corpora per motum determinare se nequeant (30.), motus tamen, quamdiu in corporibus existit, est ipsis intrinsecus. Quid enim aliud est motus, quam corpus ipsum agitatum, sive tali modo ad agendum determinatum? Numquid motus sine corpore quod movetur concipi potest? Jam vero corpus motum a semetipso non discrepat, ergo quilibet motus, quamdiu est in corpore, ipsi intrinsecè inhaeret.

XXXII.

Cum autem motus, teste experientia, continuè mutetur in corpore, dum interim corpus ipsum perdurat, quin per motum corpus modificetur, nulli dubium erit. Est ergo corpus quodlibet, adeoque etiam nostrum substantia propriè dicta.

XXXIII.

Ex quo intelligere datum est corpus nostrum intrinsecum principium suarum modificationum, sive motuum continere. Superior demonstratio (14.) huc etiam collimat. Cumque intrinsecum actionum principium sit vis (16.), omne profectò corpus sua gaudet vi, scilicet motrice.

XXXIV.

Hisce in antecessum disputatis, ad Animae nostrae actiones propius accedamus, earumque natura, quantum per imbecillitatem ingenii fieri potest, expendatur, ut deinde, vi Animae cum corporis vi motrice comparata, an istae substantiae reapse una tantum sint, an vero plures tuto judicare possimus.

XXXV.

Animi nostri operationes ideae sunt, perceptiones, & cogitationes (9.). Pleraeque ex istis operationibus, si ad ea, quae in nobis eveniunt, animum convertamus, ope sen-

suum

suum nostri corporis in nobis oriuntur, & quidem diversæ pro sensuum diversitate. Non enim, judice conscientia, ideæ rerum visibilium, quæ nobis per visum proveniunt, aut saltem excitantur, sunt specie similes iis, quas per auditum, aut per olfactum acquirimus, nec unquam oculorum medio in nobis ideæ soni ingenerantur, nec colorum perceptio per aures nobis exhibetur. Hujusmodi ideæ mediis sensibus acquisitæ, aut excitatæ audiunt sensationes. Ad hasce sensationes excitandas adeo sensoria organa sunt necessaria, ut nec cæcus a nativitate ideam ullam colorum, nec surdus eam soni in se possit excipere: Organa ergo sensoria homini data sunt ad ideas rerum sensitivarum, aut producendas, aut excitandas.

XXXVI.

Istæ autem ideæ, si nobis objecta corporea repræsentent per notas, & characteres, quibus sufficienter objecta nobis exhibita distinguantur ab aliis, claræ nominantur, sin secus obscuræ. Jam vero claritas nulla sensationum in me est, si aut nulla fiat impressio in organis sensoriis, aut nimis remissè hæc ad motum concitentur. Claritas ergo idearum, quæ sensitivæ appellantur ab aliqua satis intensa sensuum commotione aliquo modo ducit originem.

XXXVII.

Ad ea ulterius, quæ in me accidunt, animum intendens, sensationes easdem vividiores, clarioresque experior, quo fortiores, ac magis intensæ sunt ab objectis externis impressiones, & indè ortæ in organis commotiones; contra vero tanto minus vividas fieri sensationes ipsas, quanto debiliores fiunt commotiones in organis. Magna itaque necessitado, atque harmonia intercedit has inter commotiones, atque animæ sensationes. Sunt ne animi ideæ, & organorum motiones unum, & idem? Præproperè curiosus in judicando lentè festina. XXXVIII.

XXXVIII.

Quamvis organorum commotiones quo intensiores sunt, eo clariorem producant ideam, nihilominus, si nimis intensè organa ipsa ab externis objectis agitentur, confusa magis oritur sensatio. Unde nam tale phœnomenon? Scilicet aut ex organo propter nimiam commotionem vitiato, aut ex perturbato in fibris organi motu, aut ex unione partialium motuum in uno eodemque physico puncto. Si enim nimium corpora ab aliis concutiantur, aut eorum partes divelluntur, aut pristinam amittunt figuram, aut alias quascumque eorum structura patitur mutationes. Cur ergo in organis nostris sensoriis ad quamlibet commotionem maximè pronis, & facilibus idem non poterit evenire? Profectò si motus sit perturbatus, nullus ordo, sed maxima haberi debet confusio. Cum igitur commotionibus organorum harmonicè respondeant sensationes (37.), mirum profectò non est si & ipsæ confusæ fiant. Quod si partiales motus in unum coeant, tum nulla impressionum partialium distinctio, ac proinde nulla distincta, sed confusa sensatio.

XXXIX.

Si unum, idemque objectum distinctas in distinctis organorum partibus producat impressiones, & organa ipsa bene sint affecta, partium distinctarum ipsius objecti ideam concipimus. Neque aliter fieri potest; idea enim quælibet impressioni respondet (37.): impressiones autem sunt per hypothesim distinctæ, ergo etiam idea a nobis habetur, quæ debet ideas diversarum impressionum, ac proinde partium diversarum continere.

XL.

Hæc autem idea unum, idemque repræsentat objectum, si impressiones in organo factæ sint contiguæ; aut si notabili aliquo intervallo sint inter se disparatæ, objectum ipsum

ipsum non unum, & continuum, sed aut multiplex, aut quoad partem divisum apparet. Objectum enim, quod contiguis, & simul unitis constat partibus, contiguas efficere debet impressiones, quae unam compositam, ac totalem constituunt, si nihil obstet; porro istae impressiones excitare debent proportionatas ideas, idea ergo unius objecti continui debet exurgere. Quod si impressiones fiant in diversis separatis organi sensorii partibus, haud possumus non percipere in objecto hiatus, ac divisiones.

XLI.

Verum, si res ita se habet, cur unum idemque corpus duabus manibus tractatum, non duplex, sed unum tantum sentitur? Nonne impressiones in ambabus manibus factae sunt a se invicem sejunctae? Haud dubito. Quid inde? Quamvis distinctae sint in utraque manu impressiones, attamen similes quoad sensum, & specificè sunt identicae. Ubi identitas impressionum, ibi etiam sensationum. Impressiones praeterea in utraque manu factae ad idem punctum, ut infra videbimus, pertingunt, & in unum sensibiliter coeunt. Ubi autem una composita continua impressio, ibi unius tantum objecti sensatio (40.). In hoc igitur casu non duplex, sed unum sentire debemus objectum.

XLII.

Cur ergo duo similia objecta, si loco sint sejuncta, similesque in sensorio efficiant impressiones, non unius tantum objecti, sed multiplicis oritur sensatio? Quia nempe motiones non sibi contiguae, sed intervallo sejunctae a se invicem sunt, neque in unum physicum, & continuum coeunt. Cum igitur objectum unicum videri debeat, quando impressiones omnes unam compositam, & continuam efficiunt (41.), in hac hypothesi nequeunt unius ejusdemque

obje-

objecti unam tantum ideam excitare, sed duplicem, adeoque non unicum, sed duplex videri debet objectum.

XLIII.

Cum omnis sensatio impressioni factæ re spondeat (37.), quoties objectum aliquam similem in organo producet sensationem, si nullus sit obex, similis etiam oriatur oportet sensatio. Si enim contrarium eveniret, sensatio impressioni non responderet, quod cum sit absurdum, redit principium.

XLIV.

Si ergo objectum sit idem, aut simile, similemque producat impressionem, sed non similis oriatur in mente sensatio, hoc fier, vel quia impressio eadem non eandem excitat in organo sensorio commotionem, vel quia si eandem, non eadem utique perseverat. Hæc enim diversa sensatio nequit ab eadem impressione dimanare, quia posita impressione simili, similis oriri debet idea sensitiva (43.), ergo a commotione diversa in organo excitata, aut in decursu diversimodè modificata.

XLV.

Cumque, judice sensu, & experientia, nihil sit absque sufficienti ratione cur potius aliquid tali modo sit, vel fiat, hujusmodi diversæ commotionis in organo excitatæ ratio est petenda ab impressione, vel a constitutione organi sensorii. Non ab impressione, quia, per hypothesim, eadem, aut similis est (44.), ergo ex diversa accidentali organi mutatione est repetenda.

XLVI.

Longum esset, & permolestum omnia enumerare, quæ in sensationibus, quatenus cum impressionibus ab objectis habitis conjunctæ sunt, spectari possunt. Tempus est, ut sensationes easdem in se ipsis consideremus, ut tandem aut de earumdem differentia a commotionibus corporis, aut de

 ipsa-

ipsarum cum iisdem identitate tutum ferre possimus judicium.

XLVII.

Quælibet sensatio, si sedulo eam inspicimus, est actus, quo objectum aliquod materiale ope alicujus organi sensorii repræsentamus. Hanc autem repræsentationem non alias, sed nobis fieri intimo conscientiæ testimonio erudimur. Est itaque sensatio actus nobis intimus, qui in aliud diversum a nobis objectum non tendit. Jam vero motus est actio non in se, sed in alium exercita (29.). Sensatio igitur est actio a motu corporum, quoad hunc respectum, toto cœlo diversa.

XLVIII.

Sensationes præterea motum ipsum nobis repræsentant, vel quatenus exercetur in nobis, vel quatenus afficit corpora extra nos posita. Si ergo per motum absolverentur, motus aut se ipsum repræsentaret, quatenus in nobis est, aut alium motum, & quidem nobis; Nullus autem motus nec se ipsum, nec alios motus nobis potest repræsentare. Denuo igitur constat fieri non posse, ut sensationes sint motus propriè dicti.

XLIX.

Motus quilibet, cum in aliquo absolvitur corpore, ipsius ordinem coexistendi relatè ad alia immutat, sive etiam, si omne tollatur impedimentum, corpus ex uno loco in alium transfert (27.). At quidnam simile in sensatione evenit? Nonne per quamlibet sensationem quantumvis vividam, si velimus, corpus nostrum de loco in locum transferri prohibemus? Non ne sedentes, aut accumbentes maximis afficimur sensationibus, quin tamen locum nostri corporis commutetur? Non bene ergò conveniunt, nec ad unam spectant naturam motus, & sensatio.

L.

L.

Quid plura? Innumeræ sunt sensationes; quæ corpora in quiete posita repræsentant. Ponamus hujusmodi sensationes esse quosdam motus, motus ergo repræsentabunt quietem corporum, sive corpora ipsa in quiete posita. Quies autem est motus privatio, uti omnes norunt Philosophi, igitur motus nobis exhibebit motus ipsius privationem, quod cum sit absurdum, fieri non potest, ut sensatio in motu consistat.

LI.

At desine plura; eveniat quis neget, ut per motum corpora in quiete posita tanquam quiescentia nobis exhibeantur? Nonne continuè imago alicujus objecti quiescentis in fundo oculi depingitur, quæ ob lucis motum singulis momentis numero ab alia diversa est, & tamen corpus in quiete positum repræsentat? Annuo: sed hæc ipsa exceptio plurimum causæ nostræ opitulatur. Detur enim in continua successiva objecti visibilis imagine, aut in quocumque alio simili motu hanc ipsam exprimente, sitam esse sensationem corporis quiescentis. Quoniam singulis momentis imago, aut motio imagini respondens non est eadem, singulis momentis pariter non erit eadem numericè sensatio, aut saltem idem non erit intimus sensus, qui sensationem ipsam comitatur. Intimè autem erudimur, aut sensationem eandem, aut intimum sensum toto sensationis tempore eundem numero in nobis esse, sivè saltem nos in continua, & non interrupta per aliquod tempus sensatione permanere, ergo id fiet etiamsi plures numero successivè diversas sensationes admittamus. Cum totius continuatæ sensationis conscii simus, aliquod ipsius vestigium in intimo sensu remanet, sed nullum antecedi motus habetur, aut haberi potest vestigium, eo quod motus absolutus tempore quocumque nec est, nec

 esse

esse potest motus absolutus tempore successivo. Fieri igitur non potest, ut in motu consistat idea corporis in quiete constituti.

LII.

Quoniam ideæ per sensus acquisitæ toto cœlo differunt a motu, qui in corporibus reperitur, dubio procul est: eas ab uno, eodemque principio non posse dimanare. Principium intrinsecum motus est vis in corpore motrix, igitur ex vi motrice corporum provenire non possunt; ergo idea ab alia vi a priore omnino diversa debet oriri.

LIII.

Hæc vis a motrice quidem diversa, ex qua ideæ oriuntur (52.), si attente nos ipsos perscrutemur, per intimi sensus testimonium ita modificari potest, ut potius ad unam, quam ad aliam contemplandam mens nostra convertatur. Hanc vocamus attentionem. Est igitur attentio vis activa, per quam ad unam præ aliis contemplandam ideam ducimur.

LIV.

Hujusmodi attentione, idea, in qua mentis aciem præ aliis defigimus, in nobis fit clarior. Per ipsam enim in objecto, quod consideramus, plures, quam antea, notæ sese nobis offerunt; quo plures autem notæ conspiciuntur, eo clarior objecti idea evadit; hinc attentio optime etiam definiri potest activa vis, qua una idea præ aliis clarior efficitur.

LV.

Ne tamen inferas, nullam penitus attentionem ad cæteras ideas claras ab animo nostro adhiberi. Impossibile enim est, ut anima ideam objecti alicujus claram efformet, & interim omni ad ipsam attentione destituatur. Omnis quippe idea clara, vel grata est, vel molesta. Si grata in nobis ideam voluptatis ingenerat, si molesta mœroris. Ubi autem voluptas, ibi aliqua mentis determinatio,

natio, aut propensio; propenso vero sine aliqua conversione ad id, quod placet, fieri minimè potest: ubi ad objectum conversio, ibi atiam aliqua fieri debet attentio. In idea igitur clara simul, & jucunda aliqua mentis attentio reperitur. Si autem idea sit injucunda, ac proinde moerorem in nobis producat, fieri utique non potest, ut ipsum non animadvertamus. Quomodo vero moeroris conscientia sine aliqua mentis ad ideam attentione? Patet igitur in omni idea clara aliquo attentionis gradu opus esse.

LVI.

Reponet fortassè quispiam: Anima per moerorem ab idea injucunda naturaliter refugit, quo igitur pacto ad ipsam per attentionem potest converti? Refugit quidem Anima ab idea moerore affecta, ideae tamen ipsius conscia prius esse debet, quam ab ipso se amoveat, & deber hanc ideam confusè saltem ingenito suae felicitatis desiderio contrariam recognoscere. Quomodo autem, Anima non attendente, haec fient?

LVII.

Attentio ergo quamcumque praecedet ideam? Non equidem: contra ordinem rebus constitutum hoc militat. Per impressiones correspondentes oriuntur ideae: hae animum excitant, ut se ad ipsas convertat; conversio autem ad ipsas, aut ipsa est attentio, aut attentionem gignit. Quamvis igitur idea clara attentionem necessario postulet, attentio tamen ideam ipsam consequitur.

LVIII.

Hinc non idem est objecto attendere, ac ejus affici impressione. Objecti enim impressio, ejusque idea inde derivata, ante omnem est attentionem (57.) Errat igitur Condillacus, dum impressionem cum attentione confundit. Revera, ut appositè advertit Bonnetus, impressio sensibus in-

flicta

ficta est aliquid compositum ex activitate objecti, atque fibrarum. Numquid vero ex objectis pluribus, itaqua diversis illud, quod activitate plus pollet, ad se rapit animi attentionem? Profecto si intima consulatur experientia, non possumus non intelligere in potestate nostra esse positum ad objectum, quod minori pollet activitate, nosmet convertere; quod quidem in sententia Condillaci evenire non posset. Quid? Quod, judice ipso Condillaco, dum animus sentit, merè patitur? Extra ipsum enim est caussa sensationem excitans; jam vero omnis attentio vis est activa (53. 54.). Tota igitur quantacumque est sentiendi capacitas attentio dici minimè potest.

LIX.

At quomodo hæc inter se parerunt conciliari? Si attentio in nostra est potestate, quonam modo in qualibet idea clara necessario aliqua attentio (57.) reperitur? Nonne etiam inviti attendimus ad ea, quæ nobis displicent, a quibus proinde attentionem nostram studemus avertere? Siste paulisper. Attentio in Anima duplici quodam respectu considerari potest. Scilicet aut veluti vis, vel ejus actus, quo voluptas, aut mœror ideam comitatur; aut veluti actus, quo ex pluribus ideis ad unam præ aliis aciem suam mens potest dirigere. Si primum, cum hujusmodi voluptatis, aut mœroris sensus animæ sit necessarius, quatenus est cognitionis suæ existentiæ naturalis effectus, naturalis quoque, & necessaria debet esse ad ideam attentio. Si alterum, tunc attentio in nostra potestate est constituta, ita ut ad unam potius ideam, quam ad aliam pro lubitu se possit convertere. Neque mirum, quod una, eademque vis, aut actus sub diversa ratione simul sit necessaria, & libera. Contradictio habetur quando simultanea necessitas, & libertas de eodem sub uno, eodemque respectu prædicatur.

LX.

Cum attentio sit activa vis, qua efficimus, ut ideæ clariores in nobis evadant (54.), ubi major attentio, ibi clarior relucet idea; ubi ipsa minori energia se exerit, ibi minus clara; ubi denique aut minima, aut nulla attentio, ibi nulla ideæ vividitas. Effectus enim suis causis sunt proportionales. Impossibile igitur est, ut in Anima sit idea clara, quin ad ipsam attentio defigatur.

LXI.

Hæc attentio non tantum producit cognitionem in nobis objectorum, eorumque idearum, verum etiam efficit, ut earum conscii simus. Attentio enim cum idearum claritate, ac vividitate est conjuncta. Hasce autem ideas aut referimus ad nos, aut ad objecta extra nos posita: in altero casu nosmet cognoscimus, adeoque conscii earum evadimus; in altero objecta tanquam extra nos posita nobis repræsentantur. Non possumus vero objecta sub hoc respectu considerare, nisi nos saltem confuse ab objectis ipsis distinguamus. Ergo in hoc etiam casu per attentionem idearum nobis conscientiam parimus.

LXII.

Neque tantum per attentionem idearum in nobis excitatur conscientia, sed etiam in ideas ipsas inquirimus, successive notas ejus investigamus, & ideam ipsius ideæ acquirimus; quo exurgit in nobis vividior conscientia, quam etiam cum Leibnitio apperceptionem vocamus, aut etiam reflexionem. Reflexio itaque nil aliud est, quam aut successiva ad varias idearum notas attentio, aut major ipsius ideæ conscientia.

LXIII.

Ideas sensibus nostris acquisitas, de quibus ope attentionis nobis conscii aliquando fuimus, quam plurimas in mentem

tem revocamus, licet objecta earundem idearum in sensus nostros non amplius agant, eaque tanquam præsentia nobis exhibemus; producimus pariter, intima testante conscientia, ideas rerum, quas nunquam sensibus percepimus, similes iis, quas produximus de rebus in sensus nostros incurrentibus. Est itaque in nobis potentia, & facultas revocandi ideas jam antea productas, atque objecta nobis exhibendi nunquam sensibus percepta ad instar eorum, quæ aliquando per eosdem sumus experti. Talis facultas audit imaginatio, sive etiam phantasia. Quin ergo facultate imaginandi præditi simus, dubitandum non est.

LXIV.

Hæc imaginandi facultas ex alio fonte oriri nequit, quam a vi sentiendi. Est enim imaginatio facultas ideas olim habitas per sensus revocandi, aut repræsentandi objecta, quæ olim sensibus non percepimus (63.) iis similia, quæ aliquando in sensus eosdem occurrerunt. Rationem ergo sufficientem in facultate sentiendi habet imaginatio.

LXV.

Sicut autem imaginatio ortum ducit a vi sentiendi (64), ita conceptus mentis nostræ, qui oritur ex imaginatione, quodque phantasma vocatur, ex aliqua oriri debet sensatione. Oriatur enim absque prævia aliqua sensatione in nobis phantasma, hoc profecto aut ex sola imaginandi vi, & facultate orietur, aut fortuito in nobis eveniat; non fortuito, etenim casus in Mundum induceretur, effectus nempe omni sufficienti ratione destitutus, quod profecto est contra sanæ mentis principia: non ex sola imaginandi vi, & facultate, a possibilitate enim ad actum juxta Logicos nulla valet illatio. Quodlibet ergo phantasma alicui sensationi est referendum.

LXVI.

LXVI.

Cum omnis effectus similis sit, & proportionalis suæ causæ, quodlibet phantasma illi sensationi, ex qua oritur, simile esse debet. Jam vero sensationes nonnisi objecta corporea, ac singularia possunt exhibere. Ergo etiam ejusdem naturæ debent esse phantasmata.

LXVII.

In phantasmate, quod excitatur, nullum objectum per ipsum præsens est, & sensus nostros afficit (63.). Phantasma autem non habetur, nisi per præviam aliquam sensationem; sensatio vero nonnisi ab impressione alicujus objecti præsentis, atque agentis in organa excitatur, debet igitur esse aliqua impressio in organo sensorio, per quam phantasma excitetur. Quales autem sunt impressiones, tales sunt sensationes; quare in phantasmate sensationi alicujus objecti respondenti excitando impressiones debent esse tales, quales fierent ab objecto, si adesset.

LXVIII.

Ex quo intelligere datum est excitandam esse aliquam impressionem in partibus organi internis, quoties hæc in externis deficiat; sine impressione enim non excitatur phantasma. Experientia autem constat, multas ideas phantasticas in mente oriri, quin aliqua in externis organi partibus excitetur impressio; debet itaque talis impressio in interioribus excitari.

LXIX.

Clarum inde fit, cur objecta per phantasmata exhibita modo in suis partibus divisa appareant, modo unita, & quidem ad instar unius; si enim impressiones, qualea fierent ab objecto præsente, ita fiant in diversis a se invicem aliquo intervallo disjunctis, atque minimè contiguis, quiescentibus interim fibris intermediis, objectum aut multiplex, aut in partes divisum apparebit, phantasma enim im-

pressionibus respondet. Cum ergo impressiones non sint contiguæ, ac proinde locus fibrarum intermedius omni vacet impressione, phantasma ad duo distincta separatim locæ referetur, ac proinde aut multiplex, aut in partes divisum repræsentabitur. Secus eveniet quoties impressiones omnes partiales contiguæ sibi erunt, quæ, cum unam compositam totalem impressionem efficiant, unum tantum objectum repræsentabunt, ac unum proinde phantasma.

LXX.

Ex his consequitur fieri posse, ut phantasmata objectorum maxime ridicula, atque in natura nunquam existentia in mente nostra oriantur. Si enim fibræ in diversis contiguis partibus diversimodè concutiantur, sed eadem ratione, qua a diversis, ac inter se maxime dissimilibus objectis afficerentur, phantasma oriri debet objectum repræsentans ex partibus compositum, cujus nec pes, nec caput uni reddatur formæ. Tales ideæ sunt phantasmata Centauri, Satyri, Syrenum, aliorumque objectorum, quæ in concreto spectata monstra videntur.

LXXI.

Somnium est series phantasmatum, quæ in somno recurrunt. Si una sit phantasmatum series, somnium dicitur simplex: si diversæ sint ipsorum series, compositum. Somnium igitur ab aliqua sensatione oriri debet (65).

LXXII.

Status vigiliæ est series continuata sensationum, quæ claræ, ac vividæ sunt; status autem somnii a statu vigiliæ distinguitur, somniantes enim non vigilant; ergo in somnio nullæ, habentur claræ, ac vividæ ideæ, ac sensationes. Somnium tamen ab aliqua prævia incipit sensatione, ergo talis sensatio admodum obscura est, & confusa.

LXXIII.

Cum somnium una cum vigilia stare non possit, & somnium non habeatur, ubi claræ & vividæ sunt sensatio-

neis necesse est, ut status somnii incipiat, ubi sensationes ipsæ admodum languidæ evadunt (72).

LXXIV.

Quamvis in statu somnii clara admodum sint phantasmata, quæ menti recurrunt, claritas tamen ipsorum tanta non est, ut sensationibus coæquari possit. Somnium enim somnum consequitur, & comitatur; sed cum in somno fibræ laxæ admodum sint, & sanguinis circulatio lentè admodum fiat, impressiones factæ tempore somnii in corpore tantam non possunt producere, aut in nervis, aut in fluido, quod nerveum appellamus, celeritatem: minori autem celeritati minor vividitas idearum debet respondere; ergo in somnio phantasmata quamvis clara quoad gradum vividitatis coæquari sensationibus nequeunt. Hinc primum inter statum vigiliæ ac somnii discrimen est repetendum.

LXXV.

Neque tantum in statu somnii phantasmata sunt minus clara, quam sensationes, sed etiam idem obtinet in statu vigiliæ. Neque mirum; primo enim objecta præsentia magis afficiunt sensorium, quam absentia, adeoque clarior excitari debet idea in sensatione, quam in phantasmate; præterea ipsa phantasmata excitantur sensatione aut nulla, aut admodum languida in mente existente (73.); sunt tamen præviæ alicujus sensationis effectus. Ut ergo non plus sit in effectu, quam in causa, nisi aliunde adminicula adveniant, phantasmata quamvis clara, nusquam cum sensationum vividitate sunt comparanda.

LXXVI.

Hinc generatim prima phantasmatum regula sic enunciabitur: sensatio vividior est phantasmate, quoties aliunde causa non extet, quæ per phantasma eundem in nobis excitet claritatis gradum, qui sensationem comitatur. Revera si præfata regula, sive lex generaliter non obtine-

fet, nullum plerumque discrimen intercederet inter sensationes & phantasmata, omnesque ideæ in mente inter se confunderentur, quod quis unquam admittet?

LXXVII.

Cum vero interdum fiat, ut phantasmata tantum claritatis gradum acquirant, ut sensationibus possint æquiparari, uti videre est in hypocondriacis, visionariis, pueris, ægrotibusque hominibus, & mulierculis, aliqua utique causa est adsignanda. Non quidem in natura ipsius phantasmatis haec debet reponi, quia phantasma ex sui natura minorem præsefert vividitatem, quam sensatio (76.); non in impressione facta ab objecto in corpore, quia objectum est absens; non in impressione facta ab objecto diverso ab eo, quod per phantasma repræsentatur, quia tunc sensatio excitata per hoc aliud objectum extingueret phantasma, & foret potius idea sensationis relata ad objectum non suum, quam phantasma; ergo vel a nimia elasticitate, aut irritabilitate fibrarum, quæ in statu præternaturali positæ sunt, aut a nimia ad objectum absens attentione id est repetendum.

LXXVIII.

Cum ergo aliquando fieri possit, ut phantasma quoad vividitatem sensationi æquiparetur, allata regula in omni casu sufficiens non est. Unde ergo certissimum deducemus indicium ad phantasma a sensatione distinguendum? Ab ordine scilicet, & connexione idearum cum statu antecedente, vel consequente; sensationes enim fiunt ordinate. Posito eodem objecto eodem modo agente, eædem fiunt impressiones, eædem sensationes nascuntur; Similitudo actionis objecti in organo, similitudinem impressionum, & impressionum similitudo idearum similitudinem producit. Mutata positione, distantia, relatione præsentis objecti cum orga-

organis nostris, mutatur impressio, ac proinde sensatio & status praesens sensationum cum statu antecedenti connectitur. Cur cibos non amplius appetam, ratio mihi praesto est, iis ad satietatem depastus sum, fruges in mensa appositas arripui, & ultra quam par erat comedi; defectus ergo appetitus ciborum cum statu antecedenti connectitur, idemque pariter cum consequente. Nullus ordo in phantasmatis producendis; saltus abnormes perpetrantur: ratio objectiva deest, cur potius hoc, quam aliud in mente mea sit phantasma, nulla connexio cum statu meo antecedente; nulla cum statu, qui phantasma consequitur. Mihi per phantasiam Constantinopoli degere videor; Imperator Turcarum praesens sistitur menti meae, video aulam, plateas, sedes, populum, aliaque innumera, haec omnia vividè me afficiunt, dubito an sint phantasmata; an vero sensationes. Praesentem comparo cum statu anteriori, nulla in me fuit deliberata voluntas illuc me conferendi, nullum iter suscepi, nullum mecum sumpsi viaticum, cum nullo unquam pactus, sum de hoc itinere, paucis ab hinc horis, vel etiam momentis Senis morabar, multa milliarium millia tam brevi tempore absolvi non possunt, nunc etiam Senis me esse reperio, peraca ante momenta in Turcarum Metropoli me esse putabam; hoc impossibile est. Nullus ergo nexus morae meae in Urbe Costantinopolitana cum iis, quae praecesserunt, & subsequta sunt; fuit ergo hoc somnium, ac phantasmatum series, non status vigiliae, aut vividarum sensationum. Per defectum igitur nexus cum statu antecedente, aut subsequente phantasmata optimè a sensationibus distinguuntur.

LXXIX.

Mens ideas rerum antea per sensus perceptarum non tantum reproducit, sed etiam, ut olim habitas, recognoscit.

Est

Est itaque facultas in mente ideas rerum olim perceptarum reproductas recognoscendi. Hæc autem dicitur Memoria. Memoria itaque mens pollet.

LXXX.

Pendet autem hæc ipsa memoria a facultate imaginandi. Memoriæ enim est ideas rerum jam habitas recognoscendi; non possunt autem ideæ recognosci, nisi per phantasiam reproducantur; memoria igitur ex phantasia oritur.

LXXXI.

Ex quo consequitur haberi non posse memoriam alicujus ideæ, aut objecti, nisi præcedat attentio. Attentio enim ideas phantasticas, & quidem claras (63.) necessario comitatur. At clara phantasmata ante omnem memoriæ actum se promunt; attentio igitur ante memoriam saltem exercitam in mente est reponenda.

LXXXII.

Hinc audiendus non est Bonnetus asserens memoriam anteire attentioni. Cum enim attentio cum clara imaginatione sit conjuncta, & ipsa imaginatio memoriam præcedat, consequens est, memoriæ omni præire attentionem.

LXXXIII.

Cum attentio memoriam præcedat (82.), impossibile est, ut in mente alicujus eventus detur memoria, quia prius attentio ad eventum ipsum fuerit directa; sed omnis attentio ideam claram necessario supponit, igitur sine idea clara eventus ipsius memoria ad actum prodire non potest.

LXXXIV.

Ubi igitur nulla est attentio, nullaque clara idea alicujus eventus menti exhibetur, ipsum nullo modo recognoscere possumus; secus enim conscius tibi esses, te hanc ideam aliquando habuisse. Jam vero ubi ideæ conscientia,

ibi

ibi claritas, ergo idea eventus olim clarè menti tuæ effulsit; quod cum hypothesim evertat, impossibile est, ut eventum recognoscas, cujus antea idea nulla fuerit clara.

LXXXV.

Cum memoria sit facultas actus, sive ideas olim habitas recognoscendi, ut mens possit tanquam suas ideas olim productas recognoscere, debent ideæ ipsæ menti esse præsentes, & quidem eædem numero & in individuo. Si enim ideæ, quas mens recognoscit, eædem numero non sint, sed specie tantum similes iis, quas aliquando produxit, recognoscet id, quod non est, videbitque intra se ideam olim productam, quæ tamen olim producta non est, cum per hypothesim sit tantum productæ olim ideæ similis in specie, non in individuo. Hoc est absurdum; quare cum mens per memoriam olim productam recognoscit, hæc ipsa idea in individuo sit præsens.

LXXXVI.

Hinc si nullum ideæ jam habitæ in mente maneat vestigium, nullus memoriæ ad ipsam revocandam locus superierit, sed æterna oblivione idea obruetur. Etenim ut mens per memoriam ideam anteactam recognoscat, hæc eadem numero præsens esse debet (85.). Sed nullo ejusdem ideæ vestigio remanente, eadem numero amplius esse non potest, ut per se apertissimum est.

LXXXVII.

Cum autem innumeræ sint ideæ, quæ ad mentem revocantur, quæque ab ipsa, ut olim excitatæ, recognoscuntur, innumera menti inesse debent ipsarum vestigia; hac ex parte quam profunda sit animæ abyssus intelligi potest.

LXXXVIII.

Mirum autem est, quam fœcunda parens sit imaginatio cum attentione, & memoria conjuncta. Sic enim ex variis

riis ideis, quas mens quomodocumque acquisivit, alias variis modis inter se conjungit, ac comparat, alias quodammodo abstrahit, ac secernit. Hinc facultas componendi, & dividendi, quæ simul sumptæ facultatem effingendi constituunt.

LXXXIX.

Si mens in ideis componendis eas conjungat, quæ secum invicem minimè pugnant, idea, quæ inde exurgit composita, figmentum appellatur: secus dicitur Chymera, quemadmodum == humano capiti cervicem pictor equinam jungere si velit, & varias plumas undique collatis membris inducere ==. Tales ideæ nullius sunt utilitatis, sed potius inepta luxuriantis imaginationis phantasmata, a quibus vir sapiens abhorrere debet.

XC.

Ut mens ideas inter se compossibiles componat, necesse est, ut in iis aliquam convenientiam, ac commune aliquid videat. Revera fieri non potest, ut eas conjungat, quas percipit discrepantes. Quid enim est ideas conjungere, nisi ipsas inter se convenientes, & similes aspicere? si ergo mens ideas componendo, inter ipsas aliquam non videret convenientiam, eas simul similes, & omni ex parte dissimiles videret.

XCI.

Videt ergo Anima in ideis componendis id, quod pluribus ideis commune est, sive id, per quod inter se ideæ ipsæ conveniunt. Id autem quid aliud est, quam ideas universales sibi comparare? In compositione ergo idearum mens ideas sibi cudit universales.

XCII.

Judicium est duarum, aut plurium idearum conjunctio, vel disjunctio; sed in idearum compositione mens eas con-

conjungit (88). Judicat ergo Mens. Hinc judicium pendet ab idearum compositione: idearum compositio ab attentione, & imaginatione; judicium ergo est attentionis, & imaginationis in ideis, quæ per phantasiam producuntur, effectus.

XCIII.

Cum autem imaginatio pendeat a vi sentiendi, & judicium, testante experientia, non solum de ideis, quæ ab imaginatione procedunt, sed etiam de ideis fiat sensitivis, omne judicium aut proxime, aut remote a vi sentiendi est repetendum.

XCIV.

Præter notas, quas anima perspicit pluribus ideis communes, alias etiam videt, per quas a se invicem differunt. Dividit ergo mens, sive distinguit ideam unam ab aliis, & quoad hasce notas agnoscit inter se non convenire. Ergo mens non tantum componendi, sed etiam distinguendi gaudet facultate. Non potest autem distinguere ideam unam ab alia, nisi eas quoad notas proprias a se invicem disjungat, & disjunctio idearum est judicium negativum, per facultatem itaque distinguendi mens judicia efformat negativa.

XCV.

Idearum compositio, quatenus respicit notas pluribus ideis communes, dicitur comprehensio. Comprehendit ergo mens cum ideas similes inter se conjungit. Jam vero comprehensio, & divisio idearum sunt una simul in mente, ut experientia comprobatur. Adest ergo in mente facultas comprehendendi simul, & distinguendi. Hoc est, quod intellectum vocamus. Intellectu igitur mens est insignita.

XCVI.

Intellectus ergo cujuscumque judicii fons est, & principium

cipiam: Ad intellectum enim pertinet simul comprehendere, & distinguere objectorum ideas. Ad comprehensionem autem judicia pertinent affirmativa; ad distinctionem attinent negativa, quare omnia judicia ab intellectu tanquam ex fonte suo dimanant.

XCVII.

Cum autem intellectus efformet judicia, sive idearum conjunctione, sive earum distinctione, potest ideas judiciorum cum aliqua tertia communi comparare, earumque nexum cum illa tertia videre, unde etiam nexus inter comparatas ideas appareat. Hinc oritur discursivum judicium, quod uno verbo ratiocinium nuncupatur. Non solum igitur ex intellectu judicium intuitivum, verum etiam ratiocinium originem ducit.

XCVIII.

Jam vero nexus sine aliquo communi, & universali haberi non potest; mens igitur in judicando, multoque magis ratiocinando universales ideas debet efformare.

XCIX.

Hinc per intellectum mens rationem intelligit, cur ideæ inter se conveniant, aut differant. Nexus enim duarum, aut plurium idearum inter se, aut earundem cum aliqua tertia, id est, ex quo intelligitur, cur eædem inter se conveniant: jam id, unde comprehenditur, cur aliquid potius sit quam non, dicitur ratio ejus sufficiens; quare cum per intellectum mens intelligat idearum aut proximum, aut mediatum nexum, rationem utique intelligit, cur ideæ inter se conveniant.

C.

Intellectus indoles talis est, ut si oppositum eorum intelligat, quod in aliis ideis perspicit, oppositas deducat illationes. Si ergo intellectus perspicit duarum idearum, quæ cum aliqua tertia comparantur, unam convenire cum eadem

eadem tertio, aliam vero ab ipsa discrepare; inferre utique debet, ratiocinando, nec inter se convenire.

CI.

Hinc tota ratiocinandi vis hisce duobus innititur principiis = quae conveniunt uni tertio, conveniunt inter se. = Quorum unum cum tertio convenit, alterum minime convenit, nec inter se possunt convenire. =

CII.

Haec principia adeo omnibus rebus conveniunt, ut impossibile sit, aliquod dari ens, quod ab ipsis abludat, tanta de hisce est perspicientia intellectus, ut nullo modo contrarium sibi persuadere possit. Omnis ergo veritas vel particularis, vel universalis, vel contingens, vel necessaria, & essentialis hisce principiis continetur. Sunt ideo haec principia veritates universales.

CIII.

Cum ergo omnes veritates cum istis principiis connectantur, dantur nexus & veritatum universalium, & particularium. Ratiocinando itaque intellectus hunc perspicit; sed investigatio nexus, qui inter veritates intercedit, dicitur ratio. Intellectus ergo ratione praeditus.

CIV.

Per intellectum igitur, & rationem mens non tantum clarè, sed etiam distinctè objecta cognoscit. Distinctè enim cognoscit objecta, qui ipsius partialia perspicit, ex quibus coalescit. Jam vero per intellectum cognoscimus, quae objecto cum alius multis, communia sunt, & simul, quae ejus sunt affectiones propriae, per rationem autem nexus veritatum nobis innotescit, scimus nempe reddere rationem, cur conveniant, per notarum similitudinem, & identitatem, cur alia minimè conveniant per characterum

 discre-

discrepantiam. Quapropter per intellectum, & rationem ideas acquirimus objectorum distinctas.

CV.

Duplex itaque in nobis cognoscendi est facultas, sensitiva altera, per quam objecta clarè quidem, sed confusè cognoscimus, alia intellectiva, qua eadem distinctè nobis repræsentamus. Per primam res corporeas nobis exhibemus, per alteram non tantum corporearum rerum rationem, & nexum nobis repræsentamus, sed etiam de iis, quæ incorporea sunt, judicamus, & ratiocinamur.

CVI.

Utraque autem cognoscendi via ea, quæ ad status nostri perfectionem conducunt, aut in deterius vertunt, menti proponit. Ex primo intuitu voluptas, & propensio, sive inclinatio ad objecta exoritur, ex altero tædium, & declinatio derivatur. Et primo quidem si ex sentiendi vi talis voluptas, & inclinatio oritur, vocatur appetitus sensitivus, si vero ex intellectu nascatur, appetitus rationalis, sive simpliciter voluntas; contra vero sensitiva aversatio nuncupatur tædium, & declinatio ab objecto, quod nobis per sensus proponitur tanquam perfectioni status nostri contrarium. Noluntas autem, si aversatio proveniat ex objecto distinctè cognito tanquam status nostri perfectioni adversante.

CVII.

Quod statum nostrum perficit, concipimus uti bonum, qu d perfectioni nostræ adversatur, tanquam malum consideramus. Quidquid ergo cupimus, aut per appetitum, aut per voluntatem, sub ratione boni id cupimus, quia prius sub ratione boni nobis repræsentavimus; aversamur vero sub ratione mali.

CVIII.

Omne ens ex natura sua, & per essentiam perfe-

ctum

ctum est, ut ex principiis metaphisicis erudimur. Cum ergo homo, corpus nempe, & anima rationalis simul conjuncta entia sint, & quidem existentia, ut superius a nobis est ostensum (23.), perfectus homo est per essentiam, perfectum corpus, perfecta Anima. Debet ergo homo, ejusque nobilior pars, natura, & essentia sua, ad perfectionem sui esse pronus, alias essentiae suae contradiceret; inclinatio autem ad perfectionem est appetitus aut sensitivus, aut rationalis boni, ergo ad bonum in genere homo necessario debet ferri.

CIX.

Bonum ergo in genere est id, ad quod Anima per vires, & inclinationes suas tendit. Id autem, ad quod inclinatio tendit, est finis, ergo bonum in genere est finis animae inclinantis. Cumque appetitus boni in genere sit apprimè nobis necessarius, tale bonum est finis vel appetitus, vel voluntatis quam maximè necessarius.

CX.

Quo majus ergo bonum menti exhibetur, eo vehementius ad illud inclinat; inclinatio enim proportionalis est boni cognitioni, & adspectui. Jam vero intellectus alia majora, alia minora sibi exhibet, & quidem distinctè bona, ergo voluntas in illa vehementius, in haec remissius ferri debet.

CXI.

Nullum tamen peculiare bonum in hac praesenti vita inter ea, quae menti satiant, ita intellectui nostro exhibetur, ut ex quacumque parte perfectum clarè, & distinctè appareat, nullumque mens intuetur bonum adeo magnum, ut alterum adhuc majus excogitare non possit, quodque totam intellectus potentiam possit implere. Non potest ergo aliquod bonum in particulari spectatum omnimode

modè mentem, & ex omni parte perfecta voluptate perfundere. Inclinatio autem voluntatis proportionalis est bono mente concepto, atque inde exortæ voluptati, ergo inclinatio voluntatis ad quodcumque bonum in particulari non est omnibus numeris absoluta.

CXII.

Cum mens quodcumque bonum peculiare aspiciens possit in infinitum semper concipere, & quidem per rationem clarè, & distinctè aliud bonum excellentius, bonum minus cum majori conferendo, tanquam defectum majoris perfectionis sibi repræsentat; quæcumque ergo boni peculiaris repræsentatio ita afficit inclinationem, appetitum, aut voluntatem, ut, quantum appetitum, & voluntatem ad ipsum ex una inflectit parte, tantumdem ex alia ab ipso deflectat, idem tanquam majoris perfectionis absentiam, & privationem considerando. Non potest ergo aliquod bonum peculiariter spectatum mentem necessario ad se ipsum inflectere. Est ergo Anima circa bona peculiaria ab omni immunis, & libera necessitate.

CXIII.

Fieri nequit, ut Anima bonum, quod appetit, ipsum eodem tempore non appetat, aut cupiat id, quod aversatur. Non potest enim in contradictionis peccare principium. Nequit ergo Anima contra propriam inclinationem ad agendum determinari, atque impelli. Impulsio ad agendum contra propriam inclinationem dicitur violentia, seu coactio, ergo Anima quoad actus suos elicitos cogi non potest, sive ab omni coactione est immunis.

CXIV.

Immunitas a coactione simul, ac necessitate dicitur libertas naturalis, ac proprie dicta; cum ergo Anima ab utraque immunis sit necessitate, libertate gaudet proprie dicta.

CXV.

CXV.

Cave autem, ne inde inferas Animam semper liberam esse quoad actus imperatos. Certum enim est, animam non semper in motus sui corporis potestatem exercere, sive ipsi ab externa extrinseca vi, sive a proprio corporis mechanismo impediantur.

CXVI.

Nunc breviter naturam Animæ perpendamus. Anima est substantia, ut ostendimus, quæ actus in semetipsa exercet. Uno, eodemque tempore diversos, distinctosque elicit actus, qui omnes cum intimo ejusdem sensu identificantur; tales actus in Anima exerciti sæpe Animæ ipsi repræsentant ea, quæ non sunt, tanquam ea, quæ sunt. Per suos actus, sive ideas, atque volitiones seipsam determinat, ideas componit, dividit, diverso modo comparat, præteritorum meminit, futura prævidet, ac prospicit, in se innumera idearum, quas olim produxit, servat vestigia, se unam, eandemque, non aliam in diversis circumstantiis constanter agnoscit, eadem, quæ in una idea, est in qualibet alia. Corpus in præterita non agit objecta, non in se ipsum, motus transactos non revocat: si plures in uno corpore motus habeantur, omnino inter se confunduntur, & si æquales, & contrarii simul sint, se invicem destruunt, se, suosque motus non potest recognoscere, quia in se ipsum non agit, in non existentia minime operatur, mers est, & se ipsum non determinat: nns corporis pars totum ipsum corpus non est. Ergo natura mentis toto cœlo a corporum natura discrepat.

CXVII.

Cum ergo corpus per essentiam diversum sit ab anima, quidquid corporis proprium est, Animæ convenire non potest. Proprietas autem corporis sunt divisibilitas & compo-

compositio, ut omnes norunt; ergo compositio, & divisibilitas Animæ propriè convenire non potest. Est ergo simplicis naturæ.

CXVIII.

Jam vero simplex omne corrumpi minimè potest, quidquid enim corrumpitur, in partes debet divelli. Cum igitur partes nullæ sint in Anima, ipsa incorruptibilis est.

CXIX.

Est autem Anima intellectu, ac ratione prædita, libertate quoque donata. Hoc nuper a nobis est demonstratum. Substantia rationalis, ac libera spiritus audit; spiritualis ergo est Anima hominis.

CXX.

Per essentiam Animæ ipsa tendit ad bonum in genere, & a nullo peculiari bono in hoc mundo potest perfectè repleri, quia semper majora ac perfectiora bona appetit in infinitum; ergo debet esse aliquod bonum, quod ex omni parte sit immensum, atque infinitum, quod proinde animæ perfectè possit satisfacere, quod ejus unicus esse debet finis. Omnis autem res suum consequitur naturalem finem, ergo Anima summum bonum consecuturra est; sed bonum non est summum, nisi ipso in æternum frui liceat. Æterno igitur bono Anima est fruitura. Fruitio autem est actus intrinsecus: ubi actus intrinsecus substantiæ non intermissus, & nunquam cessaturus, ibi est immortalitas; ergo Anima est immortalis.

CXXI.

Hac præter alias Animæ proprietate demonstrata, quid superest dicendum? Anima quippe ita natura comparata est, ut æterno bono perfrui, si velit, possit, non ut necessario ipsum assequi debeat. Vult autem, tunc cum, quoad potest, ad hunc finem suas dirigit actiones: dirigit,

git, cum officiis, quæ Deus, & natura ei praescripsit, satisfacit: satisfacit autem cum immoderatos, quibus afficitur, motus coercet. Facillimè vero ad eos coercendos aggredietur, si eorum indolem, & quid tandem ex hac pugna sibi polliceri possit, cognoverit. Nam, ut sapienter Cicero, qui se ipsum novit, aliquid se habere sentit Divinum, ingeniumque in se suum, sicut simulacrum aliquod dedicatum putabit, tantoque munere Deorum semper dignum & faciet, & sentiet.



SAGGIO
DELLA DOTTRINA
SPETTANTE LE SEZIONI CONICHE.

Data a chiunque la facoltà d' interrogare.

IPOTESI.

1. Sia R*r* una retta data di posizione, che chiamo *Regolatrice*, o *Direttrice*, e sia F un punto dato fuori di essa, che chiamerò *Fuoco*; se una curva qualunque PPP è descritta per modo, chè la ragione della distanza PF, PF di ciascuno de' suoi punti dal fuoco alla distanza PR, P*r* dalla direttrice sia sempre costante; *Sezione Conica* generalmente si appella: ed in specie *Parabola*, se FP = PR; *Ellisse*, se FP < PR; *Iperbola*, se FP > PR (Fig. I.)

Corollarj. 1° Poichè FP non può essere che eguale, maggiore, o minore di PR, le specie delle sezioni coniche non sono nè più, nè meno di tre. 2° Se la direttrice s' immagini infinitamente lontana, s' avrà PR = PR = ∞; dunque ancora FP = FP, e l' ellisse diverrà un circolo. 3° Ma se FP è rispetto a PR infinitamente grande, l' iperbola allora degenera in una linea retta.

PROBLEMA I.

2. Determinare i punti d' una sezione conica date che siano la specie di essa, e la posizione della direttrice, e del fuoco. (Fig. II. III. IV.)

Pre-

Presa FV nella Parabola eguale, minore nell'Ellisse, nell'Iperbola maggiore di AV, e condotta VD perpendicolare, ed eguale ad FV, col centro F, ed intervallo SE si determineranno nelle parallele ME quanti punti si vogliono.

Corollarj. 1° La retta AE, che congiunge i punti A, D tocca le curve nell'estremità del *parametro* (doppia ordinata, che passa per il fuoco), onde nota questa tangente, ed il parametro conoscerassi ancora la distanza AV dalla direttrice dal fuoco. 2° Tra le curve della medesima specie quelle, nelle quali le distanze FV di uno qualunque dei suoi punti dal fuoco sono proporzionali alle distanze VA del medesimo dalla direttrice, sono simili. 3° Tali adunque sono tutte le parabole &c.

Problema II.

3. Date le medesime cose, assegnare in ciascheduna delle sezioni coniche i *vertici* (Fig. II. III. IV.).

Fatto nel fuoco l'angolo IFV semiretto, le parallele condotte dai punti di intersezione I, *i* daranno le V, *v* i vertici ricercati.

Corollari. Segue da ciò, che FL nella parabola è parallela ad AE, nell'ellisse s'incontra con essa dalla parte inferiore, nell'iperbola dalla superiore, onde 1° la parabola ha un vertice solo, e l'*Asse principale*, o *traverso* (perpendicolare, che abbassata dal fuoco sulla Direttrice congiunge i vertici della curva) di grandezza infinita. 2° L'ellisse poi, e l'iperbola ne hanno due opposti, quella dalla parte cava, questa dalla convessa, e però anche un asse traverso determinato e finito.

Theorema I.

4. Prese due perpendicolari qualunque $S''E''$, $S'''E'''$ egualmente distanti dal vertice più vicino, nell'ellisse la loro somma, e nell'iperbola la loro differenza eguaglia l'asse traverso. (Fig. III. IV.)

Corollarj. Onde 1° presi due punti $P'' P'''$ egualmente lontani dai vertici alterni, si avrà $FP'' \pm FP''' = 2a$; e però 2° le sezioni, che hanno due vertici, hanno ancora due fuochi, e due direttrici di ugual uso, e distanze dai vertici stessi. 3° $FP'' \pm FP''' = FP'' \pm f P' = 2a$, vale a dire nell' ellisse la somma, nell' iperbola la differenza dei *raggi vettori* (rette che congiungono un punto qualunque della curva col fuoco) guidati da ambedue i fuochi ad un medesimo punto è sempre eguale all' asse traverso, che da qui in poi chiameremo $2a$; Ma $Ff(2a \mp 2c)$: $fP' \pm FP'(2a) = fP' \mp FP' : fS' - FS' \left(2a \mp c \mp x - [\pm x \mp c]\right)$, dunque $fP' \mp FP' = 2a \mp 2c \mp 2x + \frac{2cx}{a}$. Nota pertanto la somma, e la differenza di essi trovasi facilmente l' espressione di ognuno dei due. 4° Le ordinate riferite ad uno qualunque dei vertici, se corrispondono ad uguali ascisse, sono anche esse eguali &c.

= Si noti ora per sempre, che dove i segni son doppj, i superiori servono all' ellisse, gli inferiori all' iperbola. =

Problema III.

5. Descrivere con moto continuo le tre curve Coniche, (Fig. v. vi. vii.)

= Trattando analiticamente queste tre curve, ci serviremo delle indicazioni ordinarie; che anzi per maggior semplicità, data una volta la denominazione ad una retta qualunque, nelle rette rappresentanti la stessa funzione, benchè in una curva di specie diversa, riterremo costantemente la stessa. =

DELLA PARABOLA

Teorema II.

6. Nella Parabola il quadrato d' un' ordinata qualunque

que è quadruplo del prodotto della distanza del fuoco dal vertice nella sua ascissa. (Fig. VIII.)

Chiamata r la distanza del fuoco dal vertice si avrà $y^2 = 4rx$.

Corollarj Onde il parametro $p = 4r$, ed $y^2 = px$. Questa è *l'equazione alla parabola*, dalla quale si ricava 1° $y = \pm\sqrt{px}$, il che fa comprendere, che la parabola ha due rami eguali, che dalla parte dell'ascisse positive allontanandosi vieppiù dall'asse si stendono all'infinito, mentre dalla parte delle negative a cagione di $y = \pm\sqrt{-px}$ non ne ha alcuno: 2° che i quadrati delle ordinate stanno tra loro come le ascisse corrispondenti: 3° che il parametro è sempre terza continua proporzionale dopo l'ascissa, e la sua ordinata. Egli è dunque facile ritrovare il fuoco di una parabola quando è data la posizione dell'asse, o almeno il suo vertice.

Problema IV.

7. Per un punto dato della parabola condurre la tangente. (Fig. IX.)

Presa nell'asse prolungato quanto fa d'uopo FT = FP, la retta che congiunge i punti P, T sarà la tangente richiesta.

Corollarj Onde 1° la tangente PT biseca l'angolo *FPR* fatto dal raggio vettore PF o della parallela all'asse, che passano per il contatto, ed è bisecata dalla perpendicolare FO media proporzionale tra FV, ed FT. Di qui nasce quel Teorema sì utile nell'Astronomia, cioè che nella parabola le perpendicolari abbassate dal fuoco sulle tangenti sono proporzionali alle radici dei loro raggi vettori. 2° Poichè adunque FPT = TPR = QPm, essendo altronde noto, che l'angolo d'*incidenza* è uguale a quello di *riflessione*, ne segue, che tutti i raggi o lucidi siano, o sonori, che paralleli all'asse incontrano la cavità d'una superficie generata dalla rivoluzione d'una semiparabola intorno al suo asse, debbano riflettersi al fuoco. 3° La tangente, che passa per il vertice è perpendicolare all'asse. 4° La *Suttangente* ST è dop-

doppia della sua ascissa (proprietà, che ci somministra il metodo di applicare la tangente in un punto qualunque, allorchè non è data la posizione del fuoco), e la *Sunnormale* LS è la metà del parametro. 5° Quindi esce $PT = \sqrt{(px + 4x^2)} = \sqrt{(4PF \cdot x)}$ espressione della tangente, e $PL = 2FO = \sqrt{(px + \frac{1}{4}p^2)} = \sqrt{(PF \cdot p)}$; e però la sunnormale, doppia del perpendicolo, che dal fuoco va alla tangente, è media proporzionale tra il parametro, ed il suo raggio vettore.

Problema V.

8. Trovare l'equazione alla parabola riferendo le ordinate a un diametro. (Fig. IX.)

= Diametro generalmente si chiama una retta qualunque, che passando per il centro della sezione, ne congiunge due punti, la quale perciò nella parabola è sempre parallela al suo asse. =

Si faccia il parametro di questo diametro $= q$ (quadrupla distanza del fuoco dall'origine di esso), e si troverà $y^2 = qx$.

Corollarj. 1° Quindi in generale la parabola relativamente a un diametro qualunque ha le stesse proprietà, che relativamente all'asse: 2° Siccome BP corrisponde a VS, ed VB a PS, volendo rapportar la parabola ad una tangente, posta l'origine dell'ascisse nel vertice, $x^2 = py$ sarà la sua equazione: 3° Il parametro $p + 4x$ d'un diametro qualunque è una terza continua proporzionale dopo l'ascissa x presa nell'asse, e la sua tangente $\sqrt{(px + 4x^2)}$.

Problema VI.

9. Data l'asse d'una parabola, e il suo parametro, trovare un diametro, che faccia colle sue ordinate un angolo dato (Fig. IX.)

Chia-

Chiamando ε quest'angolo, all'ascisse $\frac{1}{4} p \operatorname{Cot}^2 \varepsilon$ risponderà l'ordinata, che deve in uno dei suoi rami determinare l'origine.

Corollario. Quindi $p + p \operatorname{Cot}^2 \varepsilon = \frac{p}{\operatorname{Sen}^2 \varepsilon}$ sarà l'espressione del parametro che ad esso appartiene.

Problema VII.

16. Reciprocamente dato il parametro d'un diametro e l'origine di esso, coll'angolo delle coordinate, trovarne l'asse, e il suo parametro (Fig. IX.)

L'espressione della distanza PS di questo diametro dall'asse cercato è $\pm \frac{1}{2} q \operatorname{Sen} \varepsilon . \operatorname{Cos} \varepsilon = \pm \frac{1}{4} q \operatorname{Sen} 2\varepsilon$

DELL'ELLISSE, E DELL'IPERBOLA.

RAPPORTANDOLE AGLI ASSI

Problema VIII.

11. Determinare in queste due curve l'equazione, che contiene il rapporto tra le funzioni delle ordinate, e quelle delle loro ascisse computate da un vertice. (Fig. III. IV.)

Il Triangolo rettangolo FPS dà $y^2 = 4cx \mp \frac{2c^2 . x}{a^2} \mp \frac{2cx^2}{a} + \frac{c^2x^2}{a^2}$

e in riducendo in questa equazione l'espressione b del semiasse *retto*, o *conjugato* (medio proporzionale tra le due distanze d'un fuoco dai vertici) $y^2 = \frac{b^2}{a^2}(2ax \mp x^2)$.

Corollarj. Dunque 1° $y^2 : 2ax \mp x^2 = b^2 : a^2$, cioè i quadrati delle ordinate al *primo asse* sono ai prodotti delle loro ascisse come il quadrato del *secondo asse* al quadrato del *primo*. Teorema, che serve di base presso che a tutte le proprietà di queste due curve. 2° Se $a = b$, l'ellisse diviene un *circolo*, e l'iperbola è *equilatera*. Riflettendo all'analogia, che passa tra l'ellisse, ed il circolo, si conosce agevolmente, che, quando questo è descritto sull'asse *maggiore* di quella, le ordinate corrispondenti dell'uno, e dell'altra sono tra loro proporzionali: ed ecco un altro metodo di descrivere l'ellisse. 3° Allorchè nell'ellisse $x = a$, si avrà $y = \sqrt{\left(\frac{b^2}{a^2}[2a^2 - a^2]\right)} = b$, onde la doppia ordinata $2b$, che passa per il centro, eguaglia l'asse *minore*. 4° Poichè l'ordinata che passa per il fuoco $= \sqrt{\left(\frac{b^2}{a^2} \cdot b^2\right)} = \frac{b^2}{a}$, ed il suo doppio $p = \frac{2b^2}{a}$, segue che $2a : 2b = 2b : p$, cioè il parametro nell'ellisse ancora, e nell'iperbola è una terza proporzionale dopo l'asse maggiore, ed il minore. 5° Fatta pertanto entrare la sua espressione nell'equazione generale sopra trovata, essa diverrà $y^2 = \frac{p}{2a}(2ax \mp x^2)$.

Problema IX.

12. Trovare lo stesso rapporto contando le ascisse dal centro. (Fig. III. IV.)

L'equazione cercata è $y^2 = \frac{b^2}{a^2}(\pm a^2 \mp x^2)$; e coll'espressione del parametro $= \frac{p}{2a}(\pm a^2 \mp x^2)$.

Corollarj. 1° Questa equazione è semplice in maniera da potere intendere a prima vista: che nell'iperbola ad una ascissa qualunque o positiva, o negativa, purchè maggiore del semiasse traverso, debbono corrispondere due eguali ordinate, che determinano altrettanti rami di due iper-

iperbole opposte simili, ed eguali, o per meglio dire quattro rami d'una iperbola sola generalmente rappresentata dalla stessa equazione; e che le ordinate, le quali distano egualmente dal centro, o dal vertice sono tra loro eguali, lo che è ancora comune all'ellisse &c. 2° Poichè le ordinate SP all'asse maggiore (Fig. x. xi.) relativamente al minore divengono ascisse C s, e le ascisse CS divengono ordinate s P, cangiando nell'equazione ritrovata y in x, e reciprocamente, si avrà $x^2 = \frac{b^2}{a^2}(\pm a^2 \mp y^2)$, e quindi $y^2 = \frac{a^2}{b^2}(b^2 \mp x^2)$ equazione appartenente al secondo asse, da cui si rileva, che i quadrati delle ordinate all'asse minore stanno *nell'ellisse* al prodotto delle loro ascisse misurate dal centro, e *nell' iperbola* alla somma dei quadrati dell'ascisse, e del semiasse minore, come il quadrato dell'asse maggiore a quello del minore. 3° Quindi introdotta in esse l'espressione del parametro del secondo asse (terzo proporzionale ai due assi minore, e maggiore) $y^2 = \frac{q}{2b}(b^2 \mp x^2)$.

Problema X.

13. Dati gli Assi determinare i fuochi, ovvero dati questi, ed uno di quelli determinare l'altro. (Fig. x xi.)

Nell' Ellisse dall'estremità B dell'asse retto come centro coll'intervallo CV $= a$, e *nell' iperbola* col centro C, ed intervallo VB $= \sqrt{(a^2 + b^2)}$ si determineranno nell'asse V v, prolungato quanto fa d'uopo, i fuochi cercati.

Dati poi i fuochi, ed uno degli assi, usando dello stesso principio troverai l'altro.

RAPPORTANDOLE ALLE TANGENTI.

Problema XI.

14. Ad un punto dato nell'ellisse, o nell'iperbola applicare la tangente. (Fig. x. xi.)

Si bisechi per mezzo della retta PT uno degli angoli verticali fPR prodotti dal prolungamento de' raggi vettori diretti al punto dato, essa sarà la tangente.

Corollarj. Da questa soluzione apprendiamo 1° che la perpendicolare all' asse innalzata da un vertice è sempre tangente. 2° che nella cavità d' uno specchio *ellittico*, o *iperbolico* i raggi, che partono da un fuoco, fatta la riflessione, debbono rispettivamente convergere, o divergere come direttamente venuti all' altro, o dall' altro.

Teorema III.

15. Se dal fuoco f si abbassi in un punto qualunque della tangente la perpendicolare, la retta, che congiunge questo punto col centro, è eguale al semiasse traverso. (Fig. x. xi.)

Corollarj. Onde 1° se col centro C, ed intervallo $CO = a$ descrivasi un circolo, le perpendicolari fO, Fm abbassate dai fuochi sulle tangenti termineranno nella sua circonferenza. 2° Il prodotto delle stesse perpendicolari è eguale al quadrato del semiasse conjugato. 3° Nell' ellisse la normale taglierà sempre l' asse tra i fuochi, e nell' iperbola fuori di essi.

Problema XII.

16. Assegnare l' espressione analitica della sunnormale. (Fig. x. xi.)

Presa l' origine delle ascisse nel centro, $LS = \mp \frac{d^2 x'}{a^2} \pm x'$ (ove d esprime la distanza d' un fuoco dal centro) $= \frac{b^2 x'}{a^2} = \frac{p x'}{2a}$.

Presa nel vertice, $LS = \frac{b^2}{a} \mp \frac{b^2 x}{a^2} = \frac{p}{2} \mp \frac{p x}{2a}$.

Problema XIII.

17. Trovare la suttangente. (Fig. x. xi.)

ST

$$ST = \frac{\frac{b^2}{a^2}(\pm a^2 \mp x'^2)}{\frac{b^2}{a^2} \cdot x'} = \frac{\pm a^2 \mp x'^2}{x'} ; = \frac{+ 2ax \mp x^2}{a \mp x}$$

Corollarj. Dunque 1° la Normale PL $= \sqrt{\left(\frac{b^2}{a^2}(\pm a^2 \mp x'^2) + \frac{b^4 x'^2}{a^4}\right)}$ $= \sqrt{\left(\pm b^2 \mp \frac{b^2 x'^2}{a^4}(a^2 \mp b^2)\right)} = b\sqrt{\left(\pm 1 \mp \frac{d^2 x'^2}{a^4}\right)}$. 2° La Tangente PT $= \sqrt{\left(\frac{b^2}{a^2}(\pm a^2 \mp x'^2) + \left(\frac{\pm a^2 \mp x'^2}{x'}\right)^2\right)}$ ...... $= \sqrt{\left(\frac{d^2 x'^2}{a^2} \pm b^2 - 2a^2 + \frac{a^4}{x'^2}\right)}$.

Problema XIV.

18. Trovare I. l'intercetta tra il vertice, ed il concorso dell'asse colla normale; II. L'intercetta tra un fuoco, ed il rincontro della tangente coll'asse. (Fig. X. XI.)

I. $vL = vS + SL = (\pm a \mp x') + \frac{b^2 x'}{a^2} = \left(\frac{b^2 \mp a^2}{a^2}\right) x' \pm a; = \left(\frac{a^2 \mp b^2}{a^2}\right) x + b^2$. II. $Tf = TS \mp Sf$, ovvero $= TS \pm Sf$ (secondo che l'ordinata per rispetto al fuoco cade dalla parte del centro, o dalla parte contraria) $= \frac{\pm a^2 \mp x'^2}{x'} \mp d \pm x' = \pm \frac{a^2}{x'} \mp d;$ $= \frac{ax}{a \mp x}$; e $TF = d + \frac{a^2}{x'}, = d + \frac{a^2}{a \mp x}$.

Corollarj. Quindi 1° la vT compresa tra il vertice, ed il concorso della tangente coll'asse $= fT - fv = \frac{\pm a^2 \mp ax'}{x'}$. 2.° La perpendicolare vD

all' asse condotta dal vertice alla tangente $= \frac{SP \cdot vT}{ST} = b \sqrt{\left(\frac{\pm a \mp x^2}{x \mp a}\right)}$; onde nell' iperbola, supposta $x = \infty$, $vD = b$. 3° La porzione CT dell'asse tra il punto di intersezione colla tangente, ed il centro $= fC \pm fT = \frac{a^2}{x^2}$ &c. Nella stessa maniera si dà presso a poco l' espressione alla *funzione della tangente* nel secondo asse.

Quest' ultima espressione ci dimostra, che nell' iperbola il concorso della tangente coll' asse è tra il centro, ed il vertice più vicino, e che quando $x = \infty$, il punto T coincide nel centro C, e la tangente và ad incontrare la curva in un punto infinitamente lontano. Simili tangenti diconsi *Asintoti*. Inalzate adunque (Fig. XIII.) dal vertice le perpendicolari $vD = vd = b$, le rette CD, C*d*, che passano per gli estremi D, *d* di queste perpendicolari saranno due asintoti, l' angolo de' quali sarà *acuto*, *retto*, o *ottuso* secondo che il primo semiasse sia *maggiore*, *eguale*, o *minore* del conjugato.

RAPPORTANDOLE AI DIAMETRI.

Teorema IV.

19 Ogni diametro vien bisecato nel centro (Fig XII, XIII)

Corollario. Quindi le ordinate abbassate dall' estremità di un diametro sopra uno qualunque degli assi sono eguali.

Theorema V.

20. Se dall' origine di due diametri *conjugati* si abbassino sull' asse principale due perpendicolari, i triangoli contenuti da queste perpendicolari, dai semidiametri, e dai segmenti dell' asse riescono eguali (Fig. XII. XIII.)

Imperciocchè CS', CS = MS' . NS'.

Si chiama diametro conjugato a un altro diametro quello, che è parallelo alle ordinate di questo, o alla tangente, che passa per la sua origine.

Nell'

Nell' iperbola il conjugato termina nel perimetro di un' altra iperbola descritta col medesimo centro, ed assintoti medesimi, che il traverso di quella sia il conjugato di questa, la quale perciò dicesi *conjugata*. Questo secondo diametro adunque, che sempre è eguale alla tangente nell' origine del primo intercetta tra i due assintoti, si determinerà facilmente nella parallela a questa tangente, che passa per il centro conducendo sino ad essa dal punto del contatto due parallele agli assintoti $=$.

Corollarj. Onde 1.° nella stessa ipotesi il quadrato d' una ascissa computata dal centro in uno degli assi è eguale al fatto delle ascisse, che corrispondono all' altra ordinata. 2.° Nell' ellisse la somma, nell' iperbola la differenza dei quadrati di due diametri conjugati è rispettivamente eguale alla somma, o alla differenza dei quadrati dei due assi. Quindi se l' iperbola è *equilatera*, i diametri conjugati sono tutti eguali, e viceversa.

Teorema VI.

21. Tutti i parallelogrammi circoscritti, formati cioè dai diametri conjugati, sono eguali al rettangolo, che si contiene dagli assi (Fig. XII., XIII.)

Corollario. Quindi è, che fatto il diametro $Mm = 2m$, il suo conjugato $Nn = 2n$, e l' angolo da essi compreso $MCn = c$, se dall' estremità M di quello si abbassi su questa la perpendicolare $MH = m$ sen. c, si avrà $ab = n$ m sen. c, ed m sen $c : a = b : n$, cioè la perpendicolare abbassata dall' estremità di un diametro sul conjugato sta ad uno dei semiassi, come l' altro semiasse sta al semidiametro, a cui fu abbassata.

Problema XV.

22. Esplorare se nell' ellisse vi possano essere due conjugati eguali, e se vi sono determinarne la lor posizione (Fig. XII.)

Dalle equazioni 1.° $a^2 + b^2 = m^2 + n^2$; 2.° $ab = mn$ sen. c, fatto $m = n$, si ottiene $m = \pm\sqrt{\left(\frac{a^2+b^2}{2}\right)}$, e sen $c = \frac{2ab}{a^2+b^2}$, onde

cacca-

essendo queste quantità sempre reali, ogni ellisse ha due diametri coniugati eguali. Quanto alla loro posizione questa dipende dal valore di $CS = \sqrt{(CM^2 - MS^2)} = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

Corollario. Dunque poichè il valore di CS è affatto indipendente da uno degli assi Bb, segue, che l'ordinata stessa SM prolungata se occorre determinerà tali diametri in tutte le ellissi, che possono costruirsi sopra l'altro Va. Onde con buona pace del Ch. Sig. Ab. Sauri (Cours Complet de Mathématiques à Paris 1778. Tom. II. pag. 47) non è vero, che nell'ellisse uno dei diametri coniugati eguali debba fare coll'asse l'angolo semiretto.

Problema XVI.

23. Assegnar l'equazione ad ambedue le curve, riferendo le coordinate ai diametri. (Fig. XII., XIII.)

Computando le ascisse dal centro $y^2 = \frac{n^2}{m^2}(\pm m^2 \mp x^2)$; e relativamente al coniugato $y^2 = \frac{m^2}{n^2}(n^2 \mp x^2)$.

Corollario. Universalmente da ciò si deduce, che a queste curve in relazione ai diametri appartengono tutte le proprietà degli assi, che non dipendono necessariamente da quelle de' fuochi.

Problema XVII.

24. Dati i due semiassi trovare due diametri, che facciano fra loro un angolo dato. (Fig. XII. XIII.)

Nell'ellisse $m = \frac{1}{2}\left(\sqrt{\left(a^2+b^2+\frac{2ab}{\text{sen}.e}\right)} + \sqrt{\left(a^2+b^2-\frac{2ab}{\text{sen}.e}\right)}\right)$,

ed $n = \frac{1}{2}\left(\sqrt{\left(a^2+b^2+\frac{2ab}{\text{sen}\,e}\right)} - \sqrt{\left(a^2+b^2-\frac{2ab}{\text{sen}\,e}\right)}\right)$.

Nell'

Nell' iperbola $m = \sqrt{\left(\frac{1}{2}(a^2 - b^2) + \sqrt{\left(\frac{(a^2-b^2)^2}{4} + \frac{a^2 b^2}{\text{sen}^2 e} \right)} \right)}$,

ed $n = \sqrt{\left(\frac{1}{2}(b^2 - a^2) + \sqrt{\left(\frac{(a^2-b^2)^2}{4} + \frac{a^2 b^2}{\text{sen}^2 e} \right)} \right)}$.

Per la loro posizione fatto l'angolo MCv, che fa uno di essi coll'asse $= e'$, nell'ellisse s'avrà $CS = \frac{a^2 \text{sen}(e-e')}{m \ \text{sen} \ e}$, e $\text{Tang.} \ e' = \frac{a^2 - m^2}{a^2} \text{Tang.} \ e$; mentre nell'iperbola $CS' = \frac{am \ \text{sen} \ e'}{b}$, e $\text{Tang.} \ e' = \frac{b^2}{m^2 + b^2} \ \text{Cot.} \ e$.

Problema XVIII.

25. Dati i diametri coniugati, e l'angolo, che fanno tra loro, trovare gli assi, e la lor direzione (Fig. XII., XIII.)

Per l'Ellisse $a = \frac{1}{2} [\sqrt{(m^2 + n^2 + 2mn \ \text{Sen} \ e)} + \sqrt{(m^2 + n^2 - 2mn \ \text{Sen} \ e)}]$, e $b = \frac{1}{2} [\sqrt{(m^2 + n^2 + 2mn \ \text{Sen} \ e)} - \sqrt{(m^2 + n^2 - 2mn \ \text{Sen} \ e)}]$.

Per l'iperbola $a = \sqrt{[\frac{1}{2}(m^2 - n^2) + \frac{1}{2}\sqrt{((m^2+n^2)^2 - 4m^2n^2\text{Cos}^2 e)}]}$, $b = \sqrt{[\frac{1}{2}(n^2 - m^2) + \frac{1}{2}\sqrt{((m^2+n^2)^2 - 4m^2n^2\text{Cos}^2 e)}]}$.

La direzione si trovi come nel problema antecedente.

DELL' IPERBOLA

RIFERITA AGLI ASINTOTI.

Teorema VII.

26. Se una parallela all' *asse*, o *diametro* attraversando l'iperbola termina da ambe le parti agli asintoti, il rettangolo dei due segmenti computati da uno dei punti di intersezione, che la parallela fa colla curva, è rispettivamente eguale al quadrato del secondo *semiasse*, o *semidiametro* (Fig. XIII.) Cioè

Cioè AP . PA' = P² = A'P' . P'A ; q p . p l = r² = l r . r q &c.

Corollarj. Onde 1º se la parallela diviene tangente, allora rimane bisecata nel punto del contatto; quindi dai triangoli simili QRC, QMD si ha CD = DQ, ed in conseguenza un metodo assai spedito per condurre qualunque tangente. 2º In generale sia qualsivoglia la direzione di queste parallele, le parti di esse fra gli archi per cui passano, e gli asintoti prossimi sono eguali.

Problema XIX.

27. Tra due asintoti dati descrivere un iperbola, la quale passi per un punto qualunque dato fuori di essi. (Fig. XIII.)

Condotte per il punto dato p in qualunque modo le rette $s n'$, $q l$, si faccia $q p = r l$, $s p = n' p'$, i punti r, p' &c saranno nell'iperbola, che si ricerca (corol. preced.). Descritta questa non è meno facile descrivere la sua conjugata.

Problema XX.

28. Trovar l'equazione all'iperbola tra gli asintoti. (Fig. XIII.)

CQ . QP = r l², od analiticamente $x y = P^2 = \frac{a^2 + b^2}{4}$.

Corollario. Pertanto il quadrato della semidiagonale o ² (*potenza dell' iperbola*), che traversa il rettangolo dei due semiassi eguaglia costantemente il rettangolo delle coordinate.

Problema XXI.

Dati gli asintoti d'une iperbola, ed un punto di essa, trovare due diametri conjugati. (Fig. XIII.)

Con-

Condotta dal punto dato M l' indefinita MD parallela ad uno degli asintoti CK, e presa DN $=$ MD, le rette MC, NC saranno i due semidiametri ricercati.

Corollario. Di qui apparisce, che volendo la soluzione del problema inverso altro far non si deve, che bisecare la retta MN, che congiunge l' estremità dei due conjugati.

DELLE CURVE CONICHE

PARAGONATE ALLE SEZIONI DEL CONO, E DEL CILINDRO.

PROBLEMA XXII.

30. Determinare generalmente l' equazione alle curve, che nascono nella superficie d' un cono allor che vien tagliato da un piano. (Fig. XIV.)

Facendo VS $= x$, SP $= y$, AV $= g$, e l' angolo AVe $=$ V, si ottiene $y^2 = \frac{\text{Sen V}}{\text{Sen D Sen E}}[g x \text{ Sen A} - x^2 \text{ Sen}(A + V)]$, e se il cono è retto, $y^2 = \frac{\text{Sen V}}{\text{Cos}^2 \frac{1}{2} A}[g x \text{ Sen A} - x^2 \text{ Sen}(A + V)]$ equazione del tutto simile alla prima.

Corollarj. Onde 1° Se $A + V = 180°$, $y^2 = \frac{\text{Sen A Sen V}}{\text{Cos}^2 \frac{1}{2} A} . g x$, e fatta la quantità costante $\frac{\text{Sen A Sen V}}{\text{Cos}^2 \frac{1}{2} A} g = p$, $y^2 = p x$. 2° Se $A + V < 180°$, $y^2 = \frac{\text{Sen V}}{\text{Cos}^2 \frac{1}{2} A}[g x \text{ Sen A} - x^2 \text{ Sen}(A + V)$. Posta pertanto $y = o$, o sarà anche $x = o$ come nel vertice, o sarà $x = \frac{g \text{ Sen A}}{\text{Sen}(A + V)} = 2a$. Introducendo ora nella equazione generale questa espressione, $y^2 = \frac{\text{Sen V Sen}(A + V)}{\text{Cos}^2 \frac{1}{2} A}(2 a x - x^2)$, ma se $x = a$, $y^2 = \frac{\text{Sen V Sen}(A + V)}{\text{Cos}^2 \frac{1}{2} A} a^2$

$= b^2$, e $\frac{\text{Sen V Sen (A+V)}}{\text{Cos}^2 \frac{1}{2} \text{A}} = \frac{b^2}{a^2}$, semplicizzando adunque vieppiù l'equazione trovata, $y^2 = \frac{b^2}{a^2}$ [illegible] $- x^2)$. In questo stesso caso per poco, che si esamini l'equazione $y^2 = \frac{\text{Sen V}}{\text{Sen D Sen E}} [g\,x \text{ Sen A} - x \text{ Sen.} (\text{A}+\text{V})]$, si vede chiaramente, che ogni volta, che l'angolo V è eguale all'angolo D, o all'angolo E, essa appartiene ad un circolo. 3° Se A + V > 180°, $y^2 = \frac{\text{Sen V}}{\text{Cos}^2 \frac{1}{2} \text{A}} [g\,x + x^2 \text{ Sen (A+V} - 180°)]$. Facendo dunque a somiglianza del Corol: prec. $\frac{\text{Sen V Sen (A+V} - 180°)}{\text{Cos}^2 \frac{1}{2} \text{A}} = \frac{b^2}{a^2}$, e sostituendo, $y^2 = \frac{b^2}{a^2}(2\,a\,x + x^2)$. In somma da tutto ciò si raccoglie, che se la sezione è parallela ad uno dei lati del cono è *parabola*; se gli taglia ambedue, generalmente *elisse*, e quando ancora è parallela alla base, o fa almeno con un dei lati del triangolo per l'asse un angolo eguale a quello, che l'altro lato dello stesso triangolo fa colla sua base, *circolo*; *iperbola* è finalmente se è parallela all'asse, ovvero lo taglia in maniera, che con sia parallela ad alcuno dei lati. Finalmente se passa pel vertice, cioè se $g = o$, nel primo caso è una linea retta, un punto è nel secondo, nel terzo un triangolo.

Problema XXIII.

31. Determinare le specie delle sezioni fatte nel Cilindro per mezzo di un piano (Fig. 15.)

Nel Cilindro *retto* le sezioni oblique; nell' *obliquo* le sezioni all'asse perpendicolari, anzi tutte quelle, che non fanno con alcuno dei lati del piano, che passa per i due assi (uno del cilindro, e l'altro della sezione), gli angoli in qualunque maniera eguali a quelli della base sono *elissi*; in tutti le sezioni parallele all'asse sono *parallelogrammi*; le parallele alla base &c. *Circoli*.

Stendendo poi la soluzione a determinare le sezioni fatte nei solidi generati dalla rivoluzione delle curve coniche intorno al loro asse, si tro-

troverà dei pari, che nelle *Conoidi paraboliche* tutte le sezioni parallele all' asse sono parabole: nelle *ellittiche* sono ellissi; iperbole nelle *iperboliche* &c.

DELLA QUADRATURA DELLE SEZIONI CONICHE.

Problema XXIV.

32. Quadrare lo spazio parabolico *interiore* Vsp compreso tra le coordinate, e l' arco corrispondente (Fig XVI.).

Generalmente uno degli elementi SPps = SPQe = $y\,dx$, quindi nel caso proposto $\int dx\sqrt{px} = \frac{2}{3}x\sqrt{px}$, cioè lo spazio richiesto è due terzi del rettangolo circoscritto VspF.

Corollario. Sicchè il trilineo *esteriore* pFV sarà la terza parte dello stesso rettangolo.

Problema XXV.

33. Trovare la quadratura dello spazio circolare CB'p's chiuso dal raggio, da una ordinata parallela al raggio, dall' ascissa, e dall' arco (Fig. XVIII.).

Calcolando le ascisse dal centro $\int dx\,\sqrt{(a^2-x^2)}$ = CB'p's =

$$ax - \frac{x^3}{2\cdot 3\cdot a} - \frac{1\cdot x^5}{2\cdot 4\cdot 5\cdot a^3} - \frac{1\cdot 3\cdot x^7}{2\cdot 4\cdot 6\cdot 7\cdot a^5} - \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot x^9}{2\cdot 4\cdot 6\cdot 8\cdot 9\cdot a^7}\ \&c.$$

Corollarj. Onde 1° sottraendo da questa espressione il triangolo Cs'p' =

$$\frac{x}{2}\sqrt{(a^2-x^2)} = \frac{x}{2}\left(a - \frac{x^2}{2\cdot a} - \frac{1\cdot x^4}{2\cdot 4\cdot a^3} - \frac{1\cdot 3\cdot x^6}{2\cdot 4\cdot 6\,a^5} - \right.$$

$\frac{1\cdot3\cdot5\cdot x^9}{2\cdot4\cdot6\cdot8\cdot9\cdot a^7}$ &c $\Big)$ rimarrà il Settore CB'p'. 2° Fatto $x=a$, si avrà il quadrante B'CV, e però anche il semicircolo, ed il circolo intiero. 3° Se dal quadrante B'CV tolgasi lo spazio CB'p's, si avrà pure il semisegmento p'sV &c.

PROBLEMA XXVI.

34. Trovare la quadratura dello stesso spazio nell' ellisse (Fig. XVIII.)

$$CPps = \int dx \sqrt{\left(b^2 - \frac{b^2x^2}{a^2}\right)} = \frac{b}{a}\left(ax - \frac{x^3}{2\cdot3\cdot a} - \frac{1\cdot x^5}{2\cdot4\cdot5\cdot a^3} - \frac{1\cdot3\cdot x^7}{2\cdot4\cdot6\cdot7\cdot a^5} - \frac{1\cdot3\cdot5\cdot x^9}{2\cdot4\cdot6\cdot8\cdot9\cdot a^7} \&c.\right).$$

Corollarj. Dunque 1° CBps: CB'p's, e però la superficie intiera dell' ellisse sta a quella del circolo costrutto sopra il suo asse traverso $= b : a$. 2° Del pari si troverà come nel coroll. prec. l'area d' un Settore, d' un quadrante, d' un segmento, d' una zona ellittica qualunque &c.

PROBLEMA XXVII.

35. Quadrare l' iperbola (Fig. XIX.).

Prendendo per linea delle ascisse il secondo asse, $\int dx \sqrt{\left(a^2 + \frac{a^2x^2}{b^2}\right)} =$

$$\frac{a}{b}\left(bx + \frac{x^3}{2\cdot3\cdot b} - \frac{1\cdot x^5}{2\cdot4\cdot5\cdot b^3} + \frac{1\cdot3\cdot x^7}{2\cdot4\cdot6\cdot7\cdot b^5} - \frac{1\cdot3\cdot5\cdot x^9}{2\cdot4\cdot6\cdot8\cdot9\cdot b^7} + \&c.\right) =$$

CVp'D, e se l' iperbola è equilatera $= ax + \frac{x^3}{2\cdot3\cdot a} -$ &c.

Corollarj. Dopo ciò si comprende 1°, che tra un iperbola equilatera, ed un' altra qualunque vi è lo stesso rapporto, che tra l' ellisse, ed il circolo. 2° Che conosciuto lo spazio CVPd si conoscono subito gli spazj interiori VPS $=$ CSPd $-$ CVPd, non meno che gli esteriori corrispondenti VPs $=$ VSPs $-$ VSP, ed in conseguenza i settori iperbolici PsV, le zone PSsp &c.

PROBLEMA XXVIII.

36. Quadrare gli spazj iperbolici tra la curva, ed i suoi asintoti (Fig. XX).

Sia C l'origine delle ascisse, la costante AC $= b$, e l'angolo degli asintoti retto, si avrà l'elemento $p\,s\,SP = \frac{p^2\,dx}{b+x}$, il cui integrale completo C s p D $= p^2$ Log $(b+x) - p^2$ Log $b = p^2$ Log $\left(\frac{b+x}{b}\right)$.

Corollario. Onde generalmente, se l'angolo degli asintoti $= e$, C F p D $= p^2$ Sen e Log $\left(\frac{b+x}{b}\right)$.

DELLA CURVATURA DELLE SEZIONI CONICHE, E DELLA LORO RETTIFICAZIONE.

PROBLEMA XXIX.

37. TRovare il raggio *osculatore* in un punto qualunque di una sezione conica (Fig. XIX).

L'osculatore PC' (raggio del circolo, che passa per tre punti contigui d'una curva, $= \frac{(dx^2 + dy^2)\sqrt{(dx^2+dy^2)}}{dy\,ddx - dx\,ddy}$, e fatta dx costante $= \frac{(dx^2+dy^2)\sqrt{(dx^2+dy^2)}}{-dx\,ddy}$, equazione generale, che si applica facilmente a tutti i casi particolari col sostituire in essa soltanto i valori di dx, dx^2, ovvero di dy^2, $-ddy$ presi dall'equazioni proprie in maniera che in questi non vi entri, che y, e delle costanti. Così nella

parabola $PC' = \frac{(4y^2+p^2)\sqrt{(4y^2+p^2)}}{2p^2}$. &c.

Corollario. Dunque il raggio di curvatura in tutte le sezioni coniche è eguale al cubo della normale diviso per il quadrato del semiparametro dell' asse traverso.

Problema XXX.

98. Rettificare le curve coniche (Fig. XVII.)

Dal triangolo rettangolo PQp, il cui elemento $Pp = \sqrt{(dx^2+dy^2)}$, il di cui integrale $\int\sqrt{(dx^2+dy^2)}$ esprime la lunghezza dell' arco VPp di una qualunque sezione. In specie nella parabola VPp $=$

$\int\frac{dy}{p}\sqrt{(p^2+4y^2)} = y + \frac{2y^3}{3p^2} - \frac{2y^5}{5p^4} + $ &c., e rettificando per l'ascisse, $=$ $\int\frac{dx}{2}\sqrt{\left(\frac{4x+p}{x}\right)}$. Nel circolo, misurate le ascisse dal centro, $=$ $\int a\,dx(a^2-x^2)^{-\frac{1}{2}} = x + \frac{1\cdot x^3}{2\cdot 3\cdot a^2} + \frac{1\cdot 3\cdot x^5}{2\cdot 4\cdot 5\,a^4} + \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot x^7}{2\cdot 4\cdot 6\cdot 7\,a^6} + $ &c. Nell' ellisse in fine, e nell' iperbole VPp $= \int dx\sqrt{\left(1 + \frac{b^2x^2}{a^4 \pm a^2x^2}\right)}$ espressione niente difficile e svilupparsi ridotta, che sia in serie.

DELLA CUBATURA DE' SOLIDI NATI DALLA RIVOLUZIONE DELLE SEZIONI CONICHE, E DELL'APPIANAMENTO DELLA LORO SUPERFICIE.

PROBLEMA XXXI.

39. Cubare una paraboloide, o *fuso parabolico retto*; [Fig. XVI.].

Sia $r : \pi$ la ragione del raggio del circolo alla periferia, $1 : \text{Cos}\, \varepsilon$ quella del seno totto al coseno di $ps's$ angolo delle coordinate, sarà $s's = s\, \text{Cos}\, \varepsilon$, $qQ = qp \times \text{Cos}\, \varepsilon = dy\, \text{Cos}\, \varepsilon$, $QP = dx + dy\, \text{Cos}\, \varepsilon$, e $ps = y\, \text{Sen}\, \varepsilon$, onde il cilindro richiesto $= \frac{\pi y^2 \text{sen}\, \varepsilon}{2r}(dx + dy\, \text{Cos}\, \varepsilon)$, da cui se si levi l'elemento $\frac{\pi y^2 \text{sen}^2 \varepsilon}{2r} . dy\, \text{Cos}\, \varepsilon$ del cono di $ps's$, resterà $\frac{\pi y^2 dx\, \text{sen}^2 \varepsilon}{2r}$, e se l'angolo delle coordinate è retto, come qui si suppone, $= \frac{\pi y^2 dx}{2r}$ elemento del solido di rivoluzione prodotto da un trilatero interiore qualunque pVs. Dunque nel nostro caso $\int \frac{p\pi x dx}{2r} = \frac{p\pi x^2}{4r}$ è l'espressione cercata.

Corollarj. 1.° Il cilindro, la paraboloide, ed il cono della stessa base, ed altezza stanno tra loro come $\frac{\pi y^2}{2r} x : \frac{\pi y^2}{2r} . \frac{1}{2} x : \frac{\pi y^2}{2r} . \frac{1}{3} x = 1 : \frac{1}{2} : \frac{1}{3}$.

2.° Sottraendo dal cilindro circoscritto il solido poco fa calcolato, si otterrà pure la cubatura della tazza parabolica ec.

Problema XXXII.

40. Misurare la solidità della paraboloide, quando la parabola si rivolge intorno ad una ordinata. [Fig. xvi.]

La sua espressione, cioè il solido generato dal piano VNM girando intorno all' ordinata MN è $\frac{\pi}{2r} \cdot \frac{8}{15} x^2 y$.

Corollarj. 1.° Se l' asse di questo paraboloide è comune a quello di un cilindro, la prima sarà al secondo come $\frac{8}{15} \cdot \frac{\pi x^2 y}{2r} : \frac{\pi x^2 y}{2r} = 8 : 15$. 2.° La solidità della tazza formata dalla rivoluzione del trilineo NOV si conosce subito togliendo dal cilindro circoscritto il solido ritrovato, ec.

Problema XXXIII.

41. Misurare la stessa solidità quando volgesi intorno ad una tangente. [Fig. xvi.]

Eccone l' espressione $\int PfFp = \int \frac{\pi y^4 dy}{2p^2 r} = \frac{\pi y^5}{10p^2 r} = \frac{\pi x^2 y}{10r}$.

Problema XXXIV.

42. Cubare i solidi nati nella rivoluzione d' un quadrante ellittico intorno ai due semiassi. [Fig. xviii.]

Se gira intorno al semiasse traverso, cioè se la semi ellissoide è *allungata*, un suo segmento qualunque, quello per esempio, che nasce dal trilineo VPS $= \int \frac{\pi \lambda^2}{2a^2 r} (2axdx - x^2 dx)$ *si contano le ascisse dal vertice*

$\frac{\pi b^2}{2a^2 r}(ax^2 - \frac{1}{3}x^3)$, e perciò fatto $x = a$, la cubatura cercata sarà $=$ $\frac{ab^2\pi}{3r}$. Se è *compressa* $= \frac{a^2 b\pi}{3r}$.

Corollarj. 1.° Sicchè l'ellissoide allungata sta all'ellissoide compressa come l'asse minore al maggiore, ed ambedue sono rispettivamente eguali ai due terzi del cilindro ad esse circoscritto. 2.° Se $a = b$, l'ellissoidi diventano sfere, onde col metodo stesso si troveranno facilmente i diversi solidi, che risultano dalla rivoluzione delle diverse porzioni sì delle ellissi, che dei circoli genitori.

Problema XXXV.

43. Determinare la cubatura d'una conoide iperbolica nata dalla rotazione dell'iperbola intorno al primo asse. [Fig. xxi.]

Una porzione qualunque nata da un semisegmento VPS $=$ ...... $\frac{\pi b^2}{2a^2 r}(ax^2 + \frac{1}{3}x^3)$, risultato, che non differisce se non d'un segno dal già trovato per l'ellissoide. (42)

Problema XXXVI.

44. Cubare i solidi generati dalla rotazione dell'iperbola, o piuttosto del *piano indeterminato* ATKDpsA intorno ad un asintoto AT. [Fig. xx.]

Pongo AC $= a$, CD $= b$, AL $= x$, LK $= y$, e trovo il solido di ATKL $= \int \frac{a^2 b^2 \pi\, dy}{2ry^2} = \frac{a^2 b^2 \pi}{2ry}$.

Corollario. Onde se $y = 0$, ovvero $x = \infty$, il solido richiesto è infinito.

Problema XXXVII.

45. Appianare la superficie della paraboloide retta [Fig. xvii.]

Moltiplicando un elemento Pp della curva per la circonferenza descritta col raggio py s'avrà $\frac{\pi y}{r}\sqrt{(dx^2+dy^2)}$, cioè la zonula annulare, che è l'elemento della superficie cercata, la quale perciò $=\int\frac{\pi y}{r}\sqrt{(dx^2+dy^2)}$ $=\int\frac{\pi y dy}{pr}(4y^2+p^2)=\frac{\pi}{12pr}\sqrt{(4y^2+p^2)}\,[4y^2+p^2]$.

Corollario. Dunque la superficie trovata è quarta proporzionale dopo $6p$, il raggio $\sqrt{(4y^2+p^2)}$, e l'area $\frac{\pi}{2r}(4y^2+p^2)$ del circolo da esso descritto.

Problema XXXVIII.

46. Appianare la superficie dell' ellissoide [Fig. XVIII.].

Se ne trova l'appianamento integrando la quantità ...., $\frac{\pi y dy\sqrt{(a^2y^2+b^4-b^2y^2)}}{br\sqrt{(b^2-y^2)}}$, ove a, che è l'asse di rivoluzione esprime il semiasse maggiore nella ellissoide allungata, ed il semiasse minore nella compressa.

Problema XXXIX.

47. Appianare la superficie d'una conoide fatta dall'iperbola girando intorno all'asse traverso. [Fig. xxi.]

La superficie cercata è $\int \frac{\pi b dx}{a^2} \sqrt{(a^2x^2 - a^4 + b^2x^2)}$.

Corollario. E' chiaro, che simili soluzioni possono adattarsi ancora per ritrovare le superficie de' solidi prodotti dalla rivoluzione delle sezioni coniche intorno ad un' ordinata qualunque, ad una tangente, ad un asintoto ec., ma il loro uso vedesi di gran lunga più esteso nella *Teoria della Curve*.





